



**GÖTEBORGS UNIVERSITET**

# **Lust att lära – möjlighet att lyckas?**

*En studie om år 3 elevernas möjligheter nå målen i matematik*

**Christina Magnusson**

---

Examensarbete:	15hp
Program och/eller kurs:	PDGX 62
Nivå:	Grundnivå
Termin/år:	HT 2009
Handledare:	Madeleine Löwing
Examinator:	Girma Berhanu

# Abstract

Arbetets art: Examensarbete, 15hp. Kurs: PDGX 62  
Titel: Lust att lära – möjlighet att lyckas?  
Författare: Christina Magnusson  
Handledare: Madeleine Löwing  
Examinator: Girma Berhanu  
Nyckelord: didaktisk ämnesteor, ramfaktorteor, grundläggande aritmetik

---

## Syfte:

Undersökningen handlar om att ta reda på om eleverna i år 3 får med sig goda grunder i aritmetik. Grunder som skall ge eleven möjlighet att framledes nå målen för matematik i år 9. Syftet är att kartlägga grunderna inom aritmetik för år 3, samt undersöka vilka faktorer som styr och påverkar undervisningen. Med utgångspunkt i ovan nämnda, analysera om eleverna i år 3 i en västsvensk kommun har rimliga förutsättningar att nå målen för år 3 i matematik inom området aritmetik. Syfte leder fram till följande forskningsfråga:

Har eleverna i år 3 i en given västsvensk kommun, rimliga förutsättningar att nå målen för år 3 i matematik inom området aritmetik, utifrån de ramar som påverkar undervisningen?

## Teori:

Den teori som ligger till grund för kartläggningen är didaktisk ämnesteor för matematik, vilken behandlas i litteraturgenomgången. Ramfaktorteorin som även den behandlas i litteraturgenomgången har legat till grund för analys av de faktorer som påverkar undervisningen.

## Metod:

För att kunna svara på undersökningens fråga om elever i år tre har rimliga förutsättningar att nå målen i aritmetik, behöver undersökningens design bygga på kompletterande metoder. Dessa metoder var kartläggning av elevers kunskaper inom aritmetik samt intervjuer med elevernas rektorer. Med rimliga förutsättningar avses här de kunskaper och strategier eleverna har uppnått inom aritmetiken samt de ramar som styr och påverkar undervisningen. Kartläggningen genomfördes med hjälp av Skolverkets nyframtagna diagnosbank för matematik, Diamant, (se litteraturgenomgång). Analysen av elevernas ämneskunskaper utgår från en didaktisk ämnesteor för matematik, medan hermeneutik ligger till grund för tolkning av såväl resultat som intervjuer.

## Resultat:

Kartläggningen visar att en stor andel av kommunens år tre elever inte har kunskaper i aritmetik motsvarande målen för år tre i matematik. Kunskaper som är viktiga för det fortsatta lärandet i ämnet. I analysen av intervjuerna framkom det att de flesta av rektorerna inte anser eleverna har rimliga förutsättningar att nå ovan nämnda mål utifrån de ramar som påverkar undervisningen.

## Förord

*"Om jag vill föra en människa  
mot ett bestämt mål  
måste jag först finna honom  
där han är  
och börja just där.*

*Den som inte kan det  
lurar sig själv  
när hon tror  
att hon kan hjälpa andra.*

*För att hjälpa någon  
måste jag visserligen förstå  
mer än vad han gör,  
men först och främst  
förstå det han förstår.*

*Om jag inte kan det,  
så hjälper det inte  
att jag kan och vet mycket mer /.../"*

Sören Kirkegaard 1813-1855 (Carpeleo, 2009)

# Innehållsförteckning

<b>1. Inledning .....</b>	<b>1</b>
<b>2. Bakgrund.....</b>	<b>1</b>
<b>3. Syfte och frågeställning.....</b>	<b>2</b>
<b>4. Litteraturgenomgång och teorianknytning .....</b>	<b>3</b>
Vad menas med aritmetik .....	3
Goda grunder i matematik .....	3
Didaktisk ämnesteorin .....	6
Utvärdering av elevers kunskaper .....	7
Diamant – ett nytt diagnosmaterial från skolverket .....	8
Diamant och grundläggande aritmetik.....	9
Ramar som påverkar undervisningen .....	12
Syn på lärande .....	14
Hermeneutik .....	16
<b>5. Metod och genomförande .....</b>	<b>19</b>
Metodisk ansats .....	19
Urval .....	19
Genomförande .....	19
Validitet .....	20
Reliabilitet .....	21
Undersökningens användbarhet.....	21
Etik .....	21
<b>6. Resultat.....</b>	<b>22</b>
Kartläggningen av elevernas kunskaper .....	22
Analys av intervjuerna.....	24
Intervjuernas innehåll .....	24
Sammanfattande resultat .....	27
<b>7. Diskussion .....</b>	<b>27</b>
Resultatdiskussion .....	27
Förslag på vidare forskning .....	30
<b>8. Slutord.....</b>	<b>30</b>
<b>Referenslista.....</b>	<b>31</b>

## Bilagor

# 1. Inledning

En stor andel av svenska skolbarn som slutar år 9 saknar idag behörighet för att få gå på nationella gymnasieprogram. Lördagen den 20/9-08 kunde man läsa i Borås Tidning om en nedåtgående trend vad det gäller behörigheten till gymnasiet för Borås Stads niondeklassare. Hela 14% av eleverna som slutade 9:an vt 08 saknade betyg i något av kärnämnen svenska, engelska och matematik, och därmed också behörighet att få tillträde till något av de nationella gymnasieprogrammen. En stor del elever blir därmed exkluderade från utbildningar som många av deras jämnåriga kamrater har tillträde till. Efter att ha arbetat med elever i matematik i år 7-9 under 8 år så har jag upplevt hur tungt det kan vara för eleverna att inte få möjlighet att fortsätta till gymnasiet på grund av att de saknar behörighet. Detta innebär för många elever ett stort misslyckande. Misslyckande i skolan får konsekvenser för självkänslan och därmed självbilden, något som bland annat Groth (2007), lyfter fram i sin avhandling.

De som följt debatten de senaste åren om svenska elevers kunskaper i matematik har säkert uppmärksammat att matematiklärare på gymnasie- och högskolor samt universitet tycker att elevernas förkunskaper blir allt sämre. Även internationella studier såsom TIMSS 2007 (Skolverket, 2009) och PISA (Skolverket, 2009) visar på att svenska elever inte längre klarar sig lika bra i jämförelser med elever från andra länder när det gäller matematik. Det behöver ju inte betyda att svenska elever kan mindre matematik i stort, men det man mäter i ovan nämnda studier har de sämre förmåga att klara av. Det som svenska år 4 elever har störst problem med i TIMSS 2007, rör taluppfattning och aritmetik, enligt Bentley (Skolverket, 2008). Dessa problem återkommer även för år 8 eleverna, och kan enligt Bentley bero att de hunnit befästa felaktiga tillämpningar vid beräkningsprocedurerna.

Kanske bör man fortsätta diskussionen med att fundera på vad matematikämnet ska innehålla, vad det ska förbereda eleven för och varför det är viktigt. Tanken med detta arbete är inte att behandla ideologiska och filosofiska frågor om vad som bör ingå i matematikämnets läroplan utan att utgå från den verklighet och den läroplan, LpO 94 som är aktuell i dagens skola, och utifrån den undersöka om eleverna har rimliga förutsättningar att nå målen i matematik.

## 2. Bakgrund

En stor andel elever når inte målen i matematik för år 9. Som matematiklärare i år 7-9 har jag noterat att de allra flesta av dessa elever har stora kunskapsbrister i ämnet när det kommer upp i år 7 och därmed får de mycket svårt att hinna nå målen i år 9. Problemet med svensk skola är att de flesta barn förväntas nå samma mål på samma tid oavsett elevens förmåga att klara det, vilket blir ett dilemma om alla barn skall få utvecklas i sin egen takt. Nilholm (2003) belyser bland annat det problemet med sitt *dilemmaperspektiv* på specialpedagogiken. De krav som läggs på de elever som har stora kunskapsbrister när de påbörjar år 7 blir mycket stora och min erfarenhet säger mig att trots stödinsatser från skolans sida blir det svårt för eleven att hinna nå målen i år 9. Dessutom har många av dem tappat lusten till ämnet. I LpO94 kan man läsa följande:

Varje elev har rätt att i skolan få utvecklas, känna växandets glädje och få erfara den tillfredsställelse som det ger att göra framsteg och övervinna svårigheter. (Utbildningsdepartementet, 1995, s. 77)

En förutsättning för att eleverna skall få känna denna växandet glädje är att de får med sig goda grunder i ämnet att bygga vidare på. Men vad är goda grunder och vad krävs för att eleverna skall tillförsäkras sig dessa? Som lärare för år 7-9 i matematik i grundskolan har jag

funderat mycket på vad som händer i de lägre skolåren, framförallt när man arbetar med den grundläggande matematiken. Får eleverna med sig de grunder de behöver för fortsatt positiv matematikutveckling? Tidigare forskning (Haeggblom & Magnusson, 2000) har lyft fram Karin Taubes studier kring hur elevens självbild påverkas av inläringen. Vilka möjligheter ger vi eleverna att utveckla en positiv självbild i matematik och därmed fortsatt lust att lära i ämnet? Författarna (Evenshaug & Hallen, 2001) belyser hur livet i klassrummet kan bidra till barnets socialisation och identitetsutveckling.

På matematiklektionerna lär sig eleverna inte enbart matematik utan också hur de uppfattas av läraren och av de övriga eleverna, om de är klipska eller dumma och om de är populära eller ej. (Evenshaug & Hallen, 2001, s. 254)

Vad händer med de elever som saknar tilltro till den egna förmågan i ämnet, och vilket uttryck tar sig dessa elever i klassrummet? Björn Adler beskriver att bland dessa elever kan vi finna såväl de tysta och ointresserade som de utåtagerande (Malmer & Adler, 1996). I rapporten *Specialpedagogiska frågeställningar i matematik* (Engström, 1999:2) lyfter författaren fram forskning gjord av Magne kring elevers misslyckande i skolmatematiken. I rapporten beskrivs det hur dessa elever lämnar skolan med aversioner och i flera fall även ångset inför allt som har med matematik att göra. Grunden för det livslånga lärandet uteblir. Goda grunder är således viktigt och det finns många vinster för eleven, skolan och samhället att göra om eleverna får med sig goda grunder i matematikämnet.

Den här undersökningen går ut på att studera hur det ser ut med de goda grunderna i år 3 i en kommunal i en västsvensk stad. Visionen för skolan i den aktuella staden är *Lust att lära – möjlighet att lyckas*, men får eleverna möjlighet att lyckas?

### 3. Syfte och frågeställning

Undersökningen handlar om att ta reda på om eleverna i år 3 får med sig goda grunder i aritmetik. Grunder som skall ge eleven möjlighet att framledes nå målen för matematik i år 9.

Syftet är att kartlägga grunderna inom aritmetik för år 3, samt undersöka vilka faktorer som styr och påverkar undervisningen. Med utgångspunkt i ovan nämnda, analysera om eleverna i år 3 i en västsvensk kommunal har rimliga förutsättningar att nå målen för år 3 i matematik inom området aritmetik.

Syfte leder fram till följande forskningsfråga:

Har eleverna i år 3 i en given västsvensk kommunal, rimliga förutsättningar att nå målen för år 3 i matematik inom området aritmetik, utifrån de ramar som påverkar undervisningen?

## 4. Litteraturgenomgång och teoriansknytning

### Vad menas med aritmetik

Slår man upp ordet aritmetik i NE får man följande definition;

**aritmeti'k** (grek. *arithmētikē* 'räknekonst', av *arithmo* 's 'tal'), den del av matematiken som behandlar de fyra [räknesätten](#). Ibland används termen *högre aritmetik* för det som oftast kallas [talteori](#). Ofta förekommer ordet aritmetik i sammansatta matematiska termer för att visa att man speciellt intresserar sig för talteoretiska aspekter hos ett problem/.../ (Nationalencyklopedin, 2009)

I boken *Grundläggande aritmetik* har författaren följande förklaring till ordet aritmetik;

**Aritmetik.** Räkning med de hela talen. (Löwing, 2008)

### Goda grunder i matematik

Vad omfattar goda grunder i matematik och vad är det man avser med uttrycket? I boken *Baskunskaper i matematik* (Löwing & Kilborn, 2002) problematiserar författarna vad som egentligen menas med baskunskaper i matematik. De menar på att debatten kring baskunskaper i matematik har stannat upp till förmån för pedagogiska undervisningsidéer. Vidare nämner de att arbetet med grundläggande färdigheter inte har blivit en fråga om att förändra undervisningen i skolan utan snarare reducerat till en fråga om resursanvändning. Med utgångspunkt i läroplanen tolkar de vikten av att alla elever, utifrån sina egna förutsättningar skall garanteras baskunskaper i matematik. Om dessa baskunskaper verkligen prioriteras som ett viktigt mål för alla, måste man också prioritera resurser för att nå det. Vidare konstaterar de med fakta inhämtad från NCM, 2001:1 att var fjärde elev som lämnade grundskolan år 2000 saknade fullständiga betyg. Trots förmodade resursprioriteringar har en fjärdedel av eleverna misslyckats med uppnåendemålen i något ämne. För att komma tillrätta med de här problemen uttrycker författarna att det är viktigt att man analyserar vad en baskunskap, eller som de uttrycker det en grundläggande kunskap, faktiskt är.

När författarna fortsätter sin diskussion kring vilka baskunskaperna i matematik är utgår de från kursplanens uppnåendemål för matematik i år 9. De analyserar vilka typer av baskunskaper eleverna har behov av för att klara uppnåendemålen och delar sedan upp dem i tre olika områden, vilka är följande;

- Nödvändiga kunskaper i matematik för hem och samhälle
- Nödvändiga kunskaper för i matematik för arbete med andra skolämnena och
- Nödvändiga kunskaper för vidare studier i matematik

Eftersom den här undersökningen gäller elevernas kunskaper inom aritmetik, fokuserar fortsättningen endast på vad författarna menar med nödvändiga kunskaper för vidare studier i matematik. När de resonerar kring vilka baskunskaper eleverna behöver för att studera matematik anser de att svaret måste delas upp i två olika delar.

Dels handlar det om hur man kan lösa vissa typer av problem med en förenklad, gärna en på konkretisering eller på vardagstankar byggd, metod. Dels handlar det om att en stor del av matematiken (även skolmatematiken) är kumulativt uppbyggd och därför kräver speciella förkunskaper. (Löwing & Kilborn 2002, s. 36)

Det är framförallt den senare delen som är av intresse i den här undersökningen. Det innebär att läraren måste ha goda ämneskunskaper samt behärska en didaktisk ämnesteorin för matematik. Med god didaktisk ämnesteorin avses teori om hur eleverna bygger upp kunskaper utifrån sina olika förkunskaper och behov (Löwing, 2006). För att resonera kring goda grunder bör man utgå från de olika undervisningsmomenten i matematik och den didaktiska ämnesteorin de omfattar. Denna undersökning berör elevernas kunskaper i den grundläggande aritmetiken.

Även Ahlberg (2001) betonar vikten av lärarens kunskap i ämnet, didaktiska medvetenhet och förståelse för hur människor lär för att kunna skapa optimala möjligheter till lärande. Hon nämner två kunskapsområden som är av särskilt stor betydelse för elevernas förståelse av matematik och som är sammanvävda med all matematisk verksamhet. Dessa områden är taluppfattning och problemlösning. Författaren nämner att det finns omfattande forskning kring hur barn utvecklar förståelse för tal. Intresset kring detta bottnar i att grundläggande kunskaper om tal och räkning har stor betydelse för barnens fortsatta lärande i matematik. Det talsystem vi använder är ett positionssystem med 10-bas, där talområdet 1-10 utgör grunden för lärande i aritmetik. För att kunna vidareutveckla förståelsen av tal inom större talområden, måste det finnas god kunskap om de grundläggande talbegreppen (Ahlberg, 2001). Författaren beskriver därefter några begrepp som anses grundläggande och betydelsefulla för att barn skall utveckla förståelse för tal och tillägna sig aritmetiska kunskaper. Bland dessa grundläggande begrepp ingår bland annat; *att uppfatta antal - att förstå kardinalitet, räkneprinciper och inneboende kunskap om tal* samt *förmåga till abstraktion*. Ovanstående begrepp återkommer som grundläggande hos andra svenska forskare inom matematikområdet såsom Malmer & Adler (1996), Löwing (2008). Vad innebär då dess grunder?

*Att uppfatta antal – att förstå kardinalitet.* Redan mycket små barn har en uppfattning om antal och forskning publicerad av Fisher 1992, (Ahlberg, 2001) menar på att spädbarn kan uppfatta små grupperade mängder ”i en blink”, så kallad ”subitizing”. När barnet når 2-3 års ålder börjar de att räkna antal. De använder räkneordet som en beteckning eller ett namn eftersom de ännu inte kan skilja på räkneord och antal. Äldre barn däremot uppfattar att det sist nämnda räkneordet anger antalet i mängden. Med kardinalitet avses att en given mängd motsvarar ett givet tal.

*Räkneprinciper och inneboende kunskap om tal.* Här hänvisar författaren (Ahlberg, 2001) till Gelman och Gallistel (1983) och deras uppfattning hur barn bygger sin förståelse för räkning på fem fundamentala principer där de tre första anses vara genetiskt betingade. Kunskapen kring dessa principer utvecklar barnen successivt med stigande ålder och de måste ha förstått samtliga dessa för att inse idén med räkning. Dessa fem principer är;

1. *Abstraktionsprincipen* innebär att antalet element i samtliga mängder av väl avgränsade föremål kan räknas.
2. *Ett till ett-principen* föreskriver att en jämförelse av antalet föremål i två olika mängder kan ske genom att ett föremål i den ena mängden får bilda par med ett föremål i den andra mängden.
3. *Principen om godtycklig ordning* säger att antalet föremål i en mängd inte är beroende av vilken ordning uppräkningsen sker eller hur föremålen är grupperade
4. *Principen om bestämda räkneord* stipulerar att räkneorden har en bestämd ordning och skall paras ihop med ett enda föremål när man skall räkna antalet i en mängd. Varje räkneord följs av ett bestämt annat räkneord.
5. *Antalsprincipen* innebär att en uppräkningsen, där ett föremål paras ihop med ett räkneord, anger det sist nämnda räkneordet antalet föremål i mängden. (Ahlberg, 2001, s. 30) (Kilborn, 1995, ss. 11-12)



Löwing (2008) framhåller att en förutsättning för att eleverna skall lära sig matematik är att de har en god taluppfattning. För att kunna räkna skall barnen behärska talen och dess egenskaper på ett sådant sätt att räkneoperationerna kan ske med flyt, vilket innebär att de besitter en sådan känsla för hur talen är uppbyggda att de utan att reflektera över detta kan operera med dem.

I en sådan taluppfattning ingår

- Att behärska talens ordning och dess grannar  
Att  $6+1$  = talet efter 6, alltså 7  
Att  $8-7 = 1$  eftersom talsen 7 och 8 är grannar
- Att behärska positionssystemet med basen 10 samt 10- och 100-övergångar såsom  
Att 18 betyder  $10+8$   
Att 35 betyder  $3 \cdot 10 + 5$   
Att  $98+3 = 101$  (tänk  $98+2+1 = 100+1$ )  
Att  $101-2 = 99$  (tänk  $101-1-1 = 100-1$ )
- Att behärska och kunna tillämpa de grundläggande räknelagarna, i första hand de kommutativa räknelagarna:  $a+b = b+a$  och  $a \cdot b = b \cdot a$   
de associativa räknelagarna:  $(a+b) + c = a + (b + c)$  och  $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$   
den distributiva lagen:  $a \cdot (b+c) = a \cdot b + a \cdot c$
- Att behärska tals uppdelning i termer och faktorer såsom  
Att  $10 = 8+2$  och  $7 = 5+2$ , vilket ger  $8+7 = 8+2+5 = 10+5$   
Att  $28 = 4 \cdot 7$  och  $100 = 4 \cdot 25$ , vilket ger  $28 \cdot 25 = 7 \cdot 4 \cdot 25 = 7 \cdot 100$
- Att kunna avgöra tals storleksordning, att avrunda tal och att arbeta med runda tal såsom  
Att  $32-19$  är ungefär lika med  $32-20$ , men 1 mer. (Det är som att betala med två tiar och få en krona tillbaka.)  
Att genom lika tillägg se att  $32-19 = 33-20$ . (Man kan t.ex tänka på åldersskillnad.) (Löwing, 2008 s.40)

Dessutom poängteras vikten av att läraren har en genomtänkt och långsiktig planering som ger eleven många tillfällen att praktisera sina kunskaper för att de ska lyckas bygga upp denna grundläggande taluppfattning.

Även USA har efter internationella jämförelser ansett sig behöva fundera över matematikundervisningen i den amerikanska skolan. En expertgrupp bestående av framstående matematikdidaktiker och matematiker tillsattes för att diskutera och utarbeta en gemensam grundsyn på matematikinnehållet i skolan, *Common Ground* (Lowenberg Ball, Ferrini-Mundy, Kilpatrick, Milgram, Schmid, & Schaar, 2008). Alla studenter måste ha en stabil grund i matematik för att fungera effektivt i dagens samhälle. För att redogöra för de centrala punkter de kom överens om används den svenska översättningen som finns i Skolverkets diagnosmaterial *Diamant*. De centrala punkterna var:

- *Automatical recall of basic facts*. Man menade att visa procedurer och algoritmer inom matematiken är så grundläggande och så generellt tillämpbara att de måste behärskas med automatik.
- *Calculators*. Miniräknare bör användas även i de lägre årskurserna, men, påpekar man, de måste användas med stor försiktighet så att man inte äventyrar inläringen av basala kunskaper.
- *Learning algorithms*. Eleverna ska med säkerhet kunna använda algoritmerna för de fyra räknesätten. Samtidigt är det viktigt att de förstår hur algoritmerna är uppbyggda och fungerar. Ett skäl till detta är att algoritmerna bygger på strukturen i vårt talsystem med basen 10 och därmed förstärker elevernas taluppfattning.
- *Fractions*. Förståelsen av bråk är viktig eftersom det är omöjligt att på djupet förstå förhållande, proportionalitet och procent utan att behärska bråk. Bråk är en nödvändig kunskap för algebran.

- *Teacher knowledge*. En effektiv undervisning förutsätter att läraren förstår den matematik som det undervisade innehållet bygger på. Det räcker alltså inte med att behärska just det aktuella innehållet utan läraren måste dessutom kunna se detta innehåll i ett större perspektiv och förstå de underliggande matematiska idéerna. (Skolverket, 2009)

En internationell genomförd forskningssammanställning kallad *Adding it up* publicerad 2001, beskriver författarna Kilpatrick, Swafford och Findell, vilka krav som bör ställas på skolelevs grundläggande matematikkunskaper (Skolverket, 2009). De olika delarna är

- *conceptual understanding* som omfattar matematiska begrepp, operationer och relationer.
- *Procedural fluency* som omfattar förmågan/färdigheten att utföra räkneoperationer effektivt, säkert och med flyt
- *Strategic competence* som omfattar förmågan att tolka, formulera, representera och lösa matematiska problem.
- *Adaptive competence* dvs förmågan till logiskt tänkande samt att förklara och diskutera valda metoder
- *Productive disposition* som omfattar förmågan att se värdet och användbarheten av matematiska modeller kombinerat med tilltro till det egna kunnandet. (Skolverket, <http://www.skolverket.se/sb/d/260/a/14694>, 2009).

Dessa tankar kring matematiska kompetenser anser författarna även genomsyrar strävansmålen i den svenska kursplanen för matematik. Betoningen på goda grunder styrks av såväl svensk som internationell forskning och anses som en viktig grund för framgång i matematikstudier. De tidigare skolåren blir därmed avgörande för det fortsatta utvecklandet i ämnet.

## Didaktisk ämnesteor

Det har tidigare i texten nämnts vikten av att läraren har goda ämneskunskaper samt behärskar en didaktisk ämnesteor i matematik. För att tydliggöra vad som menas didaktisk ämnesteor redogörs först för några begrepp inom området. *Didaktiken* belyser tre aspekter som berör undervisningen; *innehållsaspekten*, *förmedlings- och lärandeaspekten* samt *målaspekten*. Enkelt uttryckt kan man säga att dess aspekter svara på frågor som rör vad, hur och varför när det gäller undervisningen. Med *ämnesdidaktik* avses didaktik som är knuten till ett bestämt ämne eller ämnesområde och är tänkt som ett verktyg för att belysa problem som berör urvalet av innehåll samt genomförandet av undervisning och lärande (Lundgren, m.fl, 1996). Den *didaktiska ämnesteorin* är en teori som beskriver hur eleverna bygger upp kunskaper från olika förkunskaper och behov (Löwing, 2006).

Kilborn (1995) tidigare universitetslektor i matematik didaktik vid Göteborgs Universitet och pionjär inom didaktisk ämnesteor beskrev vilka krav han ansåg bör ställas på denna teori.

Den bör vara ett instrument som hjälper läraren förstå barns tankar och att förklara hur barn kan bygga upp ett matematiskt vetande. En didaktisk ämnesteor i matematik bör därför i första hand utgå från forskning om barns inläring. Ett viktigt tillskott kan man också få från matematikens historia och dess beskrivning av hur mänskligheten från början tillägnat sig och byggt upp ett matematiskt vetande. (s. 7)

Löwing lyfter fram att även internationella forskare (Ball, Bass, Kilpatrick, Swafford och Findell) uttrycker ett behov av något som kan tolkas som en matematikdidaktisk ämnesteor.

Gemensamt för vad alla de nämnda forskarna uttrycker, är att det räcker inte med att behärska en akademikers matematik. Det räcker inte heller med att som lärare behärska ett antal lämpliga

undervisningsmetoder. Vad som behövs är en matematikdidaktisk ämnesteorin (en skolämnesteorin) med vars hjälp lärare såväl får en insikt i hur elever på ett konsekvent och logiskt sätt kan bygga upp ett matematiskt medvetande som att värdera elevers uppfattningar av begreppen ifråga och avgöra om dessa uppfattningar går att generalisera och utveckla. (Löwing, 2002) (Löwing, 2008, s. 26)

I sin forskningsrapport kring hur lärare och elever kommunicerar under matematiklektionerna diskuterar (Löwing, 2004) kring begreppet didaktisk ämnesteorin och vad det bör omfatta och varför det bör finnas. Den didaktiska ämnesteorin är främst avsedd för läraren. Det är med utgångspunkt i denna teorin som läraren skall kunna förklara, systematisera och förutsäga vad som händer i undervisning och inläring. Det är eleverna och uppbyggnaden av deras kunskaper inom området som är utgångspunkten för teorin. Den didaktiska ämnesteorin bör bygga på hur olika begrepp inom matematiken utvecklats genom historien samt hur forskning kring hur olika elever kan uppfatta dessa begrepp. En didaktisk ämnesteorin bör därför omfatta modeller för hur vägen mellan olika begrepps nivåer kan se ut samt vilka förkunskaper, termer och delbegrepp som krävs för att gå vidare till mer komplexa begrepps nivåer. (Löwing, 2008). Det gäller att hitta de idéer och tekniker hos eleven som är utvecklingsbara och som kan hjälpa denne vidare till en högre begrepps nivå. En teknik/strategi kan fungera på en lägre nivå men kan leda till hinder eller misslyckande på nästa nivå. I den didaktiska ämnesteorin studerar man hur eleverna bygger nya begreppsuppfattningar men också förekommande missuppfattningar och försöker reda ut orsakerna till dem (Löwing 2008). Den didaktiska ämnesteorin blir således ett viktigt redskap för läraren när det gäller att få insikt i hur elever bygger upp och utvecklar ett matematiskt medvetande utifrån sina egna förutsättningar, samt hurvida de förkunskaper och uppfattningar de har om olika begrepp går att utveckla och generalisera.

## Utvärdering av elevers kunskaper

Den svenska skolan är målstyrd, med såväl strävansmål som uppnåendemål för år 9. För att kontrollera att eleverna är på rätt väg har man uppnåendemål för år 5 och i svenska och matematik numera även för år 3. Det är mot dessa mål undervisningen i den svenska skolan bedrivs. Skolan och då främst läraren har ett ansvar för att fortlöpande informera föräldrarna om elevens skolsituation, trivsel och kunskapsutveckling (Utbildningsdepartementet, 1995). För att nå ett visst mål behöver lärarna kontrollera/utvärdera var eleverna befinner sig i sin kunskapsutveckling. Denna så kallade individutvärdering brukar genomföras i form av tester, prov, diagnoser eller analysplanen, och kan vara både skriftliga och muntliga. En utvärdering kan vara av två olika slag, formativ eller summativ. Den formativa utvärderingens främsta syfte är att forma och styra den pågående undervisningen i rätt riktning. Denna form av utvärdering används när man testar av olika undervisningsområden för att se hur väl eleverna nått målet i detta område. Den summativa utvärderingen är främst för att undersöka om eleven uppnått målen för verksamheten, som en form av slutsummering (Lundgren, m.fl, 1996). De nationella proven är ett exempel på summativ utvärdering. Ett vanligt förekommande sätt att kontrollera elevernas kunskaper är att läraren använder de diagnoser och prov som tillhör det aktuella läromedlet eller att man använder sig av skolverkets diagnoser och analysplaner för matematik. För att en kunskapsuppföljning skall hålla hög kvalitet är det viktigt att den bygger på en hållbar didaktisk ämnesteorin, vilket innebär att:

- Den skall ha sin utgångspunkt i målen i den nationella kursplanen.
- Den skall ingå i en långsiktig kunskapsutveckling så att varje elev kan ges kontinuitet i undervisningen.
- Uppgifternas typ och antal måste väljas på ett sådant sätt att man får ett tillförlitligt resultat av diagnosen.

- Den skall ge så klara besked att man som lärare vet hur man skall kunna följa upp iakttagna svårigheter. (Löwing, 2008)

## Diamant – ett nytt diagnosmaterial från skolverket

Under våren 2009 publicerade Skolverket ett nytt diagnosmaterial i matematik för de lägre skolåren, *Diamant*. Diamantmaterialet uppfyller ovanstående krav. Diagnoserna ger en formativ utvärdering av elevens aktuella kunskap inom det diagnostiserade området. Detta diagnosmaterial är vetenskapligt framtaget och bygger på väl kända och allmänt accepterade forskningsresultat om hur barn tillägnar sig matematik. Det är i första hand avsett för skolans tidigare år och är en diagnosbank bestående av 55 olika diagnoser. Diagnoserna är tänkta att användas av lärare för att kartlägga elevernas kunskapsutveckling. Resultaten kan sedan användas som underlag för planering av en undervisning som skapar goda möjligheter för elever att nå kunskapsmålen. Detta skapar möjligheter att förebygga svårigheter som kan uppkomma på grund av bristande förkunskaper eller färdigheter. Tydliga kunskapsmål och kontinuerlig uppföljning är betydande faktorer för elevens framgång. Syftet är därför att använda diagnoserna kontinuerligt.

Diagnoserna är avsedda att användas som en naturlig del av undervisningen och det är läraren utifrån kännedomen om sina elever som avgör vem eller vilka som ska diagnostiseras och när. Med hjälp av diagnoserna kan man ta reda på elevers förkunskaper inför ett nytt område, vilka elever som behöver större utmaningar, stämma av undervisning mot uppställda mål samt som uppföljning på insatt åtgärd.

Diagnosbanken är uppbyggd av sex olika områden eller ”fasetter i en diamant”. Momenten som ingår är *aritmetik, bråk och decimaltal, talmönster och formler, mätning, geometri och statistik*. Varje område är i sin tur indelat i olika delområden. Till varje delområde finns ett antal diagnoser av olika svårighetsgrad, som testar olika aspekter av för området aktuella begrepp. Med utgångspunkt i att matematiken är uppbyggd på ett speciellt och har sin egen struktur är diagnoserna ordnade enligt flödesschema. Varje delområde kräver sina speciella förkunskaper. Flödesschemat visar relationerna mellan de olika diagnoserna och hur olika delområden är kopplade till varandra. Till varje delområde visas vilka mål i år 3 och år 5 som innehållet är kopplat till. Det är med utgångspunkt i tolkningen av de målen som diagnoserna är framtagna. *Didaktiska kommentarer* ges till varje delområde och beskriver den didaktiska teori som diagnoserna bygger på. Det ges också information till läraren om ut hur genomförandets utformning. Dessutom finns *beskrivning, resultatblankett, facit* och ett *utvecklingsschema* på individnivå. Under rubriken *uppföljning* som finns till varje diagnos, ges beskrivning på vad som kan orsaka vanliga typer av fel samt förslag på hur man genom undervisningen kan komma till rätta med dessa problem. Med en skriftlig diagnos kan man få reda på om en elev har svårigheter i ett moment men man får inte reda på orsakerna till det. Därför bör vissa elevdiagnoser följas upp muntligt.

Matematik är ett kommunikationsämne, men för att kunna kommunicera matematik krävs det att eleven har verktyg för detta. Syftet med att diagnostisera eleverna med hjälp av Diamantdiagnoserna är att säkerställa eleverna får med sig de verktyg som krävs för att kunna nå även andra mål i matematikämnet. I kursplanen för matematik kan man läsa följande:

För att framgångsrikt kunna utöva matematik krävs en balans mellan kreativa, problemlösande aktiviteter och kunskaper om matematikens begrepp, metoder och uttrycksformer. Detta gäller alla elever, såväl de som är i behov av särskilt stöd som elever i behov av särskilda utmaningar. (Skolverket, 2008, s. 28)

Diamantdiagnoserna är omfattande men täcker som nämndes ovan inte alla områden inom matematiken. Avsikten med dem är att ge läraren ett extra redskap för att skaffa sig en god uppfattning om elevens aktuella kunskaper, och utifrån det ge rätt utmaningar för ett proximalt lärande som kan leda till ökad måluppfyllelse.

## Diamant och grundläggande aritmetik

Aritmetiken är indelad i tre delområden, dessa områden är *förberedande aritmetik AF*, *grundläggande aritmetik AG* och *aritmetik skriftlig räkning AS*. Tillhörande diagnoser är avsedda att kartlägga om eleverna har grundläggande färdigheter inom området och därmed de förkunskaper som krävs för att kunna arbeta med andra områden inom matematiken.

Sambandet som råder mellan dessa delområden ser ut enligt följande:

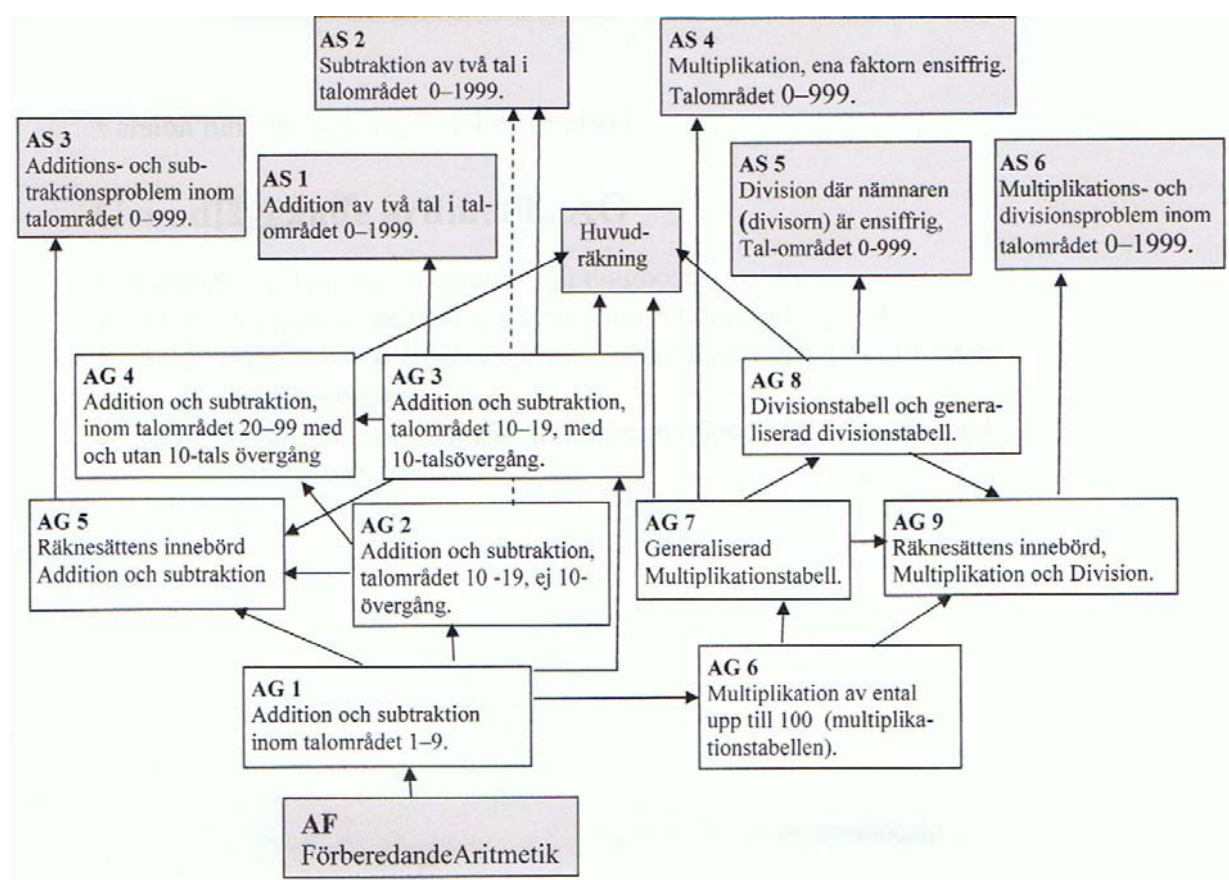


Utifrån det här flödesschemat kan man se att AF omfattar förkunskaper till AG, som i sedan är förkunskaper till AS.

Till området AF ges *didaktiska kommentarer*. Här hänvisas till forskarna Gelman och Galistel (1978) som uppmärksammade att barn har en förmåga att förstå och lära grundläggande matematik i tidiga åldrar. Dessa forskare menar att barns förmåga att hantera tal är näst intill genetiskt betingad och denna förmåga byggs upp på samma sätt som modersmålet. Den stora skillnaden i utvecklandet av dessa förmågor beror på att barn mer eller mindre ständigt omges av språk men inte i samma omfattning av motsvarande numeriska miljö. Barn som växer upp i en miljö där man inte räknar går miste om tillfällen att bygga upp en matematisk förmåga. När barns lär sig läsa, bygger läsandet på deras erfarenheter av att tala. Det samma gäller för matematik. De barn som inte upptäckt och lärt sig använda matematik i vardagsmiljön kan få svårigheter med sitt lärande i matematik. Med anledning av detta är det betydelsefullt att tidigt kartlägga barnens grundläggande taluppfattning. Med grundläggande taluppfattning hänvisas till Gelman och Galistels forskning och de fem principer de menar ingår i förmågan att kunna räkna föremål. De fem principerna finns redovisade ovan under rubriken *Goda grunder i matematik*. Om barn har svårigheter med att hantera tal eller antal, beror det oftast att barnet ännu inte förstått en eller flera av dessa principer.

Matematikundervisningens syfte är att eleven ska abstrahera, dvs kunna lämna det konkretiserande arbetet för att kunna utföra matematiska beräkningar i huvudet. Det är denna abstraktionsförmåga som diagnostiseras. För de elever som ännu inte har abstraherat behövs fortsatt undervisning, i flesta fall konkretiserande. Målet är att det som konkretiseras också skall abstraheras. Av den anledningen skall diagnoserna utföras på tid för att i största mån utesluta primitiva metoder och strategier. För att eleverna skall kunna utföra beräkningar, såväl i huvudet som med hjälp av skriftliga räknemetoder krävs en god taluppfattning. Det innebär att eleverna bör behärska tabellerna för addition, subtraktion, multiplikation och division med flyt, dessutom vad som tidigare beskrivits som god taluppfattning under rubriken *Goda grunder i matematik*.

Schemat nedan visar sambandet mellan olika diagnoser inom aritmetiken, och vilka moment som är förkunskaper till andra. Om det visar sig att eleven ej har tillräckliga kunskaper inom ett moment kan man följa flödesschemat baklänges för att se hur långt eleven nått i sitt lärande.



(Skolverket, 2009, s. 9)

Diagnos AF genomförs muntligt och kartlägger elevens förmåga att:

- Använda talraden för uppräknings
- Känna igen talens grannar
- Kunna skriva siffror

AG-diagnoserna bygger på att eleverna behärskar AF diagnosen, och är en förutsättning för att eleverna skall kunna gå vidare till, aritmetik skriftlig räkning AS.

Diagnoserna utgår från de nationella uppnåendemål som finns i kursplanen för matematik och som alla elever skall ha uppnått vid slutet av det aktuella året.

#### Mål som eleverna lägst skall ha uppnått i slutet av det tredje skolåret

Målen uttrycker en lägsta godtagbar kunskapsnivå. Skolan och skolhuvudmannen ansvarar för att eleverna ges möjlighet att uppnå denna. De flesta elever kan och ska komma längre i sin kunskapsutveckling än vad denna nivå anger.

Eleven ska ha förvärvat sådana grundläggande kunskaper i matematik som behövs för att

- Kunna tolka elevnära information med matematiskt innehåll,
- Kunna uttrycka sig muntligt, skriftligt och i handling på ett begripligt sätt med hjälp av vardagligt språk, grundläggande matematiska begrepp och symboler, tabeller och bilder, samt
- Kunna undersöka elevnära matematiska problem, pröva och välja lösningsmetoder och räknesätt samt uppskatta och reflektera över lösningar och deras rimlighet.

Inom denna ram ska eleven

#### *Beträffande talen och talens beteckningar*

- Kunna läsa och skriva tal samt ange siffrors värde i talen inom heltalsområdet 0-1000,
- Kunna jämföra, storleksordna och dela upp tal inom heltalsområdet 0-1000,
- Kunna dela upp helheter i olika antal delar samt kunna beskriva, jämföra och namnge delarna som enkla bråk,
- Kunna beskriva mönster i enkla talföljder och
- Kunna hantera matematiska likheter inom heltalsområdet 0-20

#### *Beträffande räkning med positiva heltal*

- Kunna förklara vad de olika heltalen står för och deras samband med varandra med hjälp av till exempel konkret material och bilder,
- Kunna räkna i huvudet med de fyra räknesätten när talen och svaren ligger inom heltalsområdet 0-20 samt med enkla tal inom ett utvidgat talområde, och
- Kunna addera och subtrahera tal med hjälp av skriftliga räknemetoder när talen och svaren ligger inom området 0-200, (Skolverket, 2008, s. 28)

Ovanstående mål är således lägsta godtagbara kunskapsnivå för en elev i slutet av skolår 3.

I den här undersökningen används diagnoserna AG1, AG2 och AG3 för att kartlägga elevernas aktuella kunskapsläge inom de aktuella områdena, se flödesschema ovan. Nedan följer en beskrivning om vad de olika diagnoserna kontrollerar.

#### **Diagnos AG1, additioner och subtraktioner inom talområdet 1-9.**

Diagnoserna omfattar sex olika delar som representerar olika aspekter på addition och subtraktion. Här ges eleverna möjlighet att visa sin förmåga att med flyt kan hantera de mest grundläggande räkneoperationerna i huvudet. Detta är en nödvändig förutsättning för att eleverna senare skall kunna generalisera sin taluppfattning till ett större och för att kunna gå vidare med de fyra räknesätten. Innehållet i de sex delarna är:

- 1a. Talens grannar till höger alltså uppgifter av typen  $8+1$  och  $6+2$  och deras kommutativa varianter  $1+8$  och  $2+6$ .
- 1b. Talens grannar till vänster alltså uppgifter av typen  $7-1$  och  $9-2$  och avståndet till grannarna alltså typen  $7-6$  och  $9-7$
- 2a. Dubblorna och dubblorna  $\pm 1$  alltså typen  $4+4$ ,  $4+5$  och  $3+5$
- 2b. Hälften och hälften  $\pm 1$  alltså typen  $8-4$  och  $9-4$
- 3a/3b. Tals delning i termer alltså uppgifter av typerna  $4+ \_ =9$  och  $8=3+ \_$ . Likhetsstecknets innebörd. (Skolverket, 2009, [http://www.skolverket.se/content/1/c6/01/46/94/Diagnos\\_Matematik\\_aritmetik.pdf](http://www.skolverket.se/content/1/c6/01/46/94/Diagnos_Matematik_aritmetik.pdf) s.11)

Denna diagnos genomförs på tid för att kartlägga om det skett någon abstraktion hos eleverna inom området. Tiden är satt så att de inte skall hinna med att lösa uppgifterna med hjälp av att räkna på fingrar eller dylikt.

### **Diagnos AG2, Additioner och subtraktioner inom talområdet 10-19, utan tiotalsövergång.**

Diagnoserna omfattar åtta delar som representerar olika aspekter av addition och subtraktion. Här ges eleverna möjligheter att visa om de har en sådan taluppfattning att de, i huvudet och med flyt kan hantera de mest grundläggande räkneoperationerna (utan tiotalsövergång) inom talområdet 10-19. Innehållet i de åtta delarna är:

- 1a. Addition av 10 och ett ental, typ  $10+7$  och  $7+10$  samt motsvarande öppna utsagor.
- 1b. Subtraktion av ett tal mellan 11-19 och talet 10 eller ett ental, alltså uppgifter av typen  $18-10$  och  $18-8$ , samt motsvarande öppna utsagor.
- 2a/2b. Generalisering av uppgifterna i 1a respektive 1b i test AG1.
- 3a/3b. Generalisering av uppgifterna i 2a respektive 2b i test AG1.
- 4a/4b. Generalisering av uppgifterna i 3a respektive 3b i test AG1. (Skolverket, 2009, [http://www.skolverket.se/content/1/c6/01/46/94/Diagnos\\_Matematik\\_aritmetik.pdf](http://www.skolverket.se/content/1/c6/01/46/94/Diagnos_Matematik_aritmetik.pdf) s. 15)

### **Diagnos AG3, Additioner och subtraktioner inom talområdet 10-19**

Diagnoserna omfattar åtta delar som representerar olika aspekter av addition och subtraktion. Här ska eleverna ges möjligheter att visa om de har en sådan taluppfattning inom talområdet 10-19 att de i huvudet och med flyt kan behärska additioner och subtraktioner med tiotalsövergång. Detta är en förutsättning för att eleverna skriftligt eller i huvudet ska kunna utföra additioner och subtraktioner med tiotalsövergång i ett större talområde. Innehållet i de åtta delarna är:

- 1a/1b. Tiokamraterna alltså de uppgifter var summa är 10.
- 2a. Addition med 9 alltså typerna  $9+3$  och  $4+9$
- 2b. Subtraktion med 9 och då differensen blir 9, typ  $14-9$  och  $15-6$ .
- 3a. Additioner med 8 alltså typerna  $8+5$  och  $6+8$
- 3b. Subtraktion med 8 och då differensen blir 8, typ  $13-8$  och  $15-7$
- 4a. Dubblorna  $6+6$ ,  $7+7$  och  $8+8$  samt dubbelt  $\pm$  såsom  $6+7$  och  $5+7$
- 4b. Hälften och hälften  $\pm$  alltså typerna  $14-7$ ,  $13-7$ ,  $13-6$ . (Skolverket, 2009 [http://www.skolverket.se/content/1/c6/01/46/94/Diagnos\\_Matematik\\_aritmetik.pdf](http://www.skolverket.se/content/1/c6/01/46/94/Diagnos_Matematik_aritmetik.pdf), s. 20)

Diagnoserna AG2 och AG3 utförs även de på begränsad tid, avsikten är att se vilka elever som har automatiserat och vilka som misstänks räkna på fingrar eller använda sig av andra mindre utvecklingsbara strategier. Uppgifterna är så utformade att de endast kan leda fram till ett rätt svar, vilket gör att resultatet blir det samma oavsett vem som rättar. Varje diagnos efterföljs av förslag på uppföljning.

## **Ramar som påverkar undervisningen**

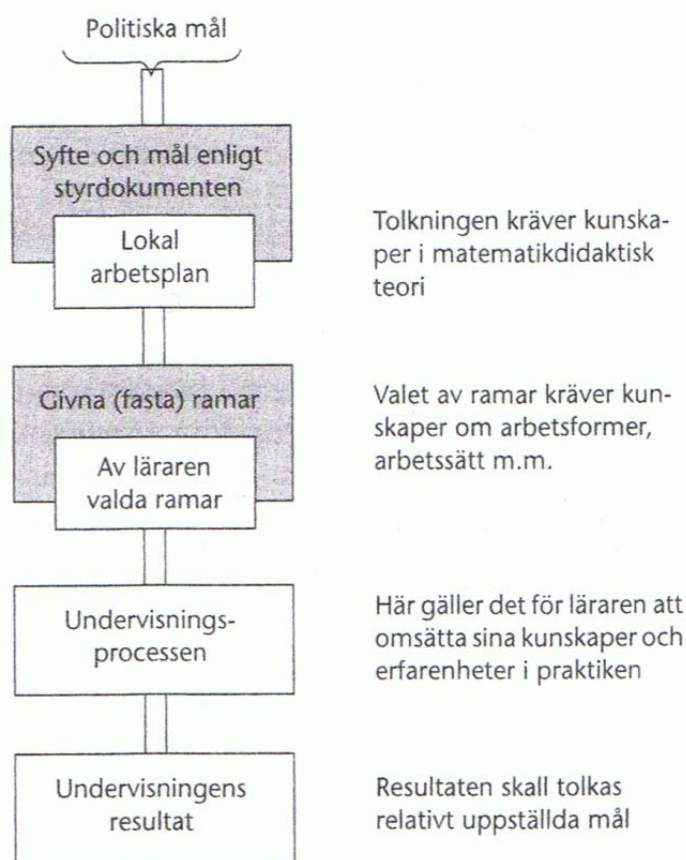
Skolan är en statlig inrättning som styrs av politiska mål som omsätts via skollag, läroplan och kursplaner. Förutom denna uttalade styrning av skolan finns det också något som man benämner med informell styrning, vilka omfattar informella uppdrag som är kontextuellt och historiskt knutna till skolan som institution, som exempel kan nämnas förvaring och sortering av barn (Berg, 2003). När Gunnar Berg professor i pedagogik diskuterar den allmänna debatten som förs kring skolan som institution och som en statlig och samhällig inrättning, menar han på att man inte alltid beaktar den komplexitet som är utmärkande för skolan. Skolans verksamhet handlar om att på en och samma gång ägna sig åt medborgarfostran, klassisk bildning, kunskapsförmedling samtidigt som man skall förvara och sortera elever (Berg, 2003). Ett sätt att studera närmare vad som påverkar denna institution är enligt Berg att utgå från den så kallade ramfaktorteorin som grundades av Dahllöf (1967) och sedan vidareutvecklades av Lundgren (1972). Denna teori går ut på att studera de ramar som påverkar undervisningen. Med ramar avses allt från politiska mål med skolan, skollag,



resurstilldelning och så vidare ner till den enskilda skolans utformning och de elever och lärare som för tillfället finns där. Den ovan nämnda ramfaktorteori som gavs en matematikdidaktisk inriktning av Kilborn, har sedan legat till grund för forskning kring matematikundervisning genomförd av Löwing (2004).

Ramteorin gör det möjligt att analysera hur de faktorer som påverkar undervisningen samverkar med varandra. Med hjälp av nedanstående flödesschema (Löwing, 2006, s.65) kan man följa vilka ramar (steg i schemat) som påverkar undervisningen. Vid utveckling och förbättringsarbeten i skolan kan det vara till fördel att utgå från en ramfaktorteori. Utifrån den här metoden kan man sedan granska varifrån eventuella problem uppstår.

### Flödesschema för en ramfaktorteori



(Löwing, 2006 s. 65)

Ramarna ovan kan delas in i fasta och rörliga, med de fasta avses de faktorer som inte kan påverkas av personalen ute på skolorna och rörliga de som till viss del kan påverkas. Exempel på fasta ramar är styrdokumentet, lokalernas utformning, elevunderlag, resurstilldelning och anställda lärare. Vissa ramar kan anses som rörliga till viss del och går att påverka på sikt, exempel på sådana ramar är läromedel, val av lokaler, fördelning av personella resurser. När dessa val väl är gjorda blir de till fasta ramar för själva undervisningen. Valet av dessa ramar kommer därför bli en viktig påverkansfaktor för undervisningsprocessen och dess resultat men inte helt avgörande. Den viktigaste faktorn för att uppnå målen med matematikundervisningen är själva innehållet i undervisningsprocessen. Det är planeringen

innan undervisningstillfället som ger lektionen dess ram. Denna valda ram blir således beroende av lärarens kunskaper i matematik och matematisk ämnesdidaktik.

När man vill studera resultatet av undervisningen för matematik, dvs har eleverna uppnått de uppställda målen, börjar man nedifrån i flödesschemat. Stämmer inte elevernas resultat mot de uppställda målen följer man flödesschemat nedifrån och upp och granskar i nästa steg undervisningsprocessen. Här analyserar man om läraren undervisar mot uppställda mål och om eleverna haft möjlighet att nå dem utifrån sina egna förkunskaper och förutsättningar. Brister det här bör man analysera bakomliggande tänkbara orsaker såsom lärarkompetens, läromedlen, elevernas förkunskaper eller eventuellt bristande resurser. Krävs det kompetensutveckling av enskilda lärare eller hela lärarlag och i så fall inom vilket område. När frågorna på denna nivå i flödesschemat är besvarat går upp ännu ett steg i flödesschemat för att studera nästa. Här analyserar man om de resurser som lärarna har till sitt förfogande är tillräckliga och om arbetsvillkoren är rimliga. När man analyserat innehållet på den här nivån fortsätter man till nästa för att undersöka om det kan finnas brister här. Får skolan de resurser de behöver av stat och kommun för att kunna leva upp till de krav som ställs i läroplan och kursplan? Kan man se över eller påverka kompetensutvecklingen på en högre nivå?

För att utvecklingsarbete verkligen skall leda till förändring är det viktigt att man noga analyserar de steg som finns i flödesschemat och undviker att ge enkla svar som stökiga och ointresserade elever, för lite resurser eller dåliga lärare, risken blir då att utvecklingsarbetet stagnerar.

## Syn på lärande

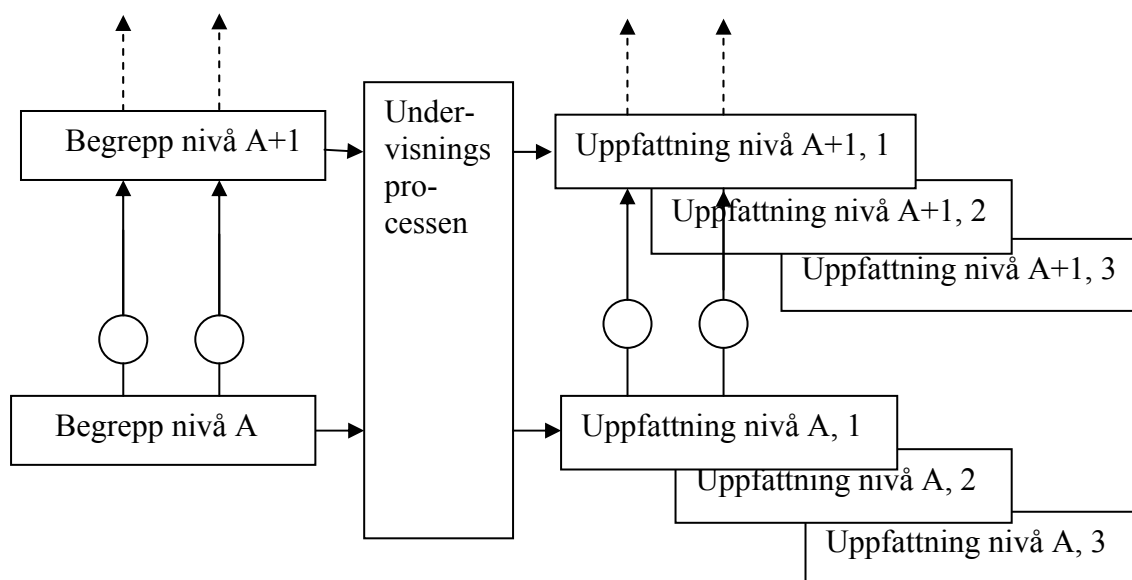
Syn på kunskap och lärande har fascinerat forskare genom historien och man har utgått från olika förklaringsmodeller och teorier. De teorier som haft stort inflytande på undervisningen i svensk skola har framför allt varit behaviorism med bland annat Skinner som förgrundsgestalt och konstruktivism med Piaget. Behaviorismens idé bygger på att kunskap finns utanför individen och byggs upp från delar till helhet, likt en stenmur. Lärandeprocessen bygger på respons och stimuli och ansvaret för att lärande sker ligger hos individen. Konstruktivismen däremot bygger på att kunskap är något som konstrueras aktivt inom den lärande, och lärandet ses som en process där den lärande organiserar uppfattningar om omvärlden. Den konstruktivistiska teorin har sedan utvecklats genom att man tagit hänsyn till sociala, kulturella och kontextuella faktorer vid lärandet, och lett fram till det idag rådande sociokulturella perspektivet på lärande. När Säljö beskriver lärande ur ett sociokulturellt perspektiv belyser han inverkansfaktorer som kultur, traditioner, förväntningar och den kommunikativa miljön (Säljö, 2000). Grundläggande idén med detta perspektiv är att människor lär i samspel med andra och att utveckling och lärande sker genom deltagande i sociala praktiker. Språket är människans främsta redskap i lärandet. Lärande kan ses som en aspekt av all mänsklig verksamhet och ingen kan undgå att lära. Vi människor lär hela tiden och man pratar här om det livslånga lärandet. I det sociokulturella perspektivet utgår man från människan både som en biologisk och en social varelse. Det är samspelet mellan vad som är för människan biologiskt givet, och hennes förmåga att skapa medierande redskap och verktyg som är grunden för sociokulturell utveckling (Säljö, 2000). Människans förmåga att kommunicera har haft en otrolig förmåga att skapa intellektuella och fysiska redskap (artefakter). Dessa artefakter kan beskrivas som materialiserade former av språk och tänkande. Intellektuella redskap finns i diskurser (kunskapssystem), som också till viss del kan byggas i artefakter. Dessa artefakter och diskurser har utvecklats över tid och står för

erfarenheter och insikter som människan gjort. Som biologisk varelse har människan begränsningar i sina förmågor, men som sociokulturell varelse med tillgång till artefakter och diskurser, tycks hon vara närmast oändligt läroaktig. Det som blir avgörande för lärande och utveckling är hur människan kommer i kontakt med och tillägnar sig sociokulturella kunskaper, färdigheter och erfarenheter. Det innebär att lärande är situerat. Säljö beskriver att;

Det som sker när vi lär är att vi skaffar oss förmågan att handla med nya intellektuella och fysiska redskap som alltmer kompetenta aktörer inom en ny verksamhet. (Säljö, 2000, s. 152)

Lärande och utveckling sker genom deltagande i sociala praktiker och genom kommunikation med andra. Här lånar den lärande kompetens av den mer erfarne under läroprocessen, och utvecklar efter hand ökad grad av självständighet att hantera uppgiften. Det blir därmed viktigt med ett ständigt pågående samtal mellan den kompetente och nybörjaren. För det är i samspelet mellan människor som kunskaper och färdigheter får liv.

När man läser Löwing (2008) får man en annan bild av Behaviourismen och Socialkonstruktivismen. Detta kan illustreras med följande figur



(Löwing, 2008 s. 32)

Ämnet matematik bygger på ett antal begrepp (vänster i figuren) som efter hand kan utvecklas och förfinas. För att ett begrepp skall utvecklas krävs det i allmänhet nya förkunskaper. Ett begrepp finns emellertid inte hos individen utan är kopplat till ämnet och dess struktur. Det är det som enligt behaviourismen finns utanför individen. Det är dessa begrepp man är överens om skall gälla och som vill att eleverna skall uppfatta. Enligt Löwing går undervisningen i matematik ut på att eleverna skall bygga upp en uppfattning som så nära som möjligt speglar begreppen. Om så inte är fallet kan uppfattningar om begreppet inte utvecklas och generaliseras på ett korrekt sätt. Det eleven enligt konstruktivismen bygger upp och successivt utvecklar och förfinar är just sådana uppfattningar.

Vad figuren visar är att olika elever kan ha olika uppfattningar (höger i figuren) av samma begrepp. Vissa av dessa uppfattningar är funktionella och utvecklingsbara, andra leder till en återvändsgränd. Det är angeläget att läraren dels själv behärskar de begrepp som behandlas i undervisningen, dels kan avgöra värdet av olika elevs uppfattningar av begreppen.

## Hermeneutik

En del av den här undersökningen är genomförd med så kallad hermeneutisk forskningsansats. För att beskriva vad det innebär får man börja med att studera vad som menas med hermeneutik. Slår man upp ordet hermeneutik i *Pedagogisk Uppslagsbok* (Lundgren, m.fl, 1996) kan man läsa följande:

**Hermeneutik** är en heterogen idétradition med företrädare som → Aristoteles, → Hegel, Schleiermacher och → Dilthey. Till skillnad från positivismen, med dess lagbundenheter, söker hermeneutiken förstå händelsens individuella "insida" genom en process som beskrivs som en dialog mellan forskare och material. Forskaren tar inte "objektet" i besittning med en utvald metod, utan låter det bli ett "subjekt" som får tala. Genom dialogen kan en vidare värld av förståelse öppna sig. /.../ (s. 243)

Hermeneutik handlar således om att tolka och förstå. I boken *Tolkning, förståelse och vetande* (Ödman, 2007) uttrycker författaren att hermeneutiken erkänner att det finns flera sätt att förstå världen eller en viss företeelse på. Vi kan aldrig ställa oss utanför oss själva när vi betraktar världen, utan hermeneutiken erkänner att vi ser allt från aspekter. Författaren uttrycker det på följande sätt;

Vi kan och bör läsa mycket, ta del av andras arbete och erfarenheter, samla in material, iakttagelse och data. Men vi kommer för den skull inte i en position utanför våra liv, föreställningar och bemödanden. Hur vi tolkar och förstår betingas alltid av vi är historiska varelser. (Ödman, 2007, s. 15)

Hermeneutiken som har sina rötter så långt tillbaka som på Aristoteles tid (ca 350 f.Kr.) har som så mycket annat utvecklats över tid. För att kunna beskriva var den hermeneutiska vetenskaperna befinner sig idag redogör författaren (Ödman, 2007) om hur ett antal olika betydelsefulla hermeneutiker (bl.a Schleiermacher, Dilthey, Heidegger, Gadamer och Ricœur) påverkat hermeneutiken genom historien. Han uttrycker sedan läget som att de hermeneutiska vetenskaperna söker efter möjliga innebörder hos de objekt de studerar. Vilka studeras som texter och språk. Han uttrycker vidare att det även gäller handlingar och icke språkliga livsuttryck, som ju tillkommit i meningssammanhang och för att förstås måste studeras i sina meningssammanhang. Därmed summerar författaren att:

Tolkning är följaktligen de hermeneutiska kunskapernas främsta kunskapsform och som sådan en motsvarighet till vetenskaperna information. (Ödman, 2007)

Vad innebär kunskapsformen tolkning och vad går den ut på? "Att tolka är att tyda tecken. Vi gör betydelseangivningar, berättar att vi ser något *som* något" (Ödman, 2007). Företeelser som vi stöter på ofta har vi utvecklat en förförståelse om, vilken gör att vi inte behöver lägga ner någon större möda på tolkningsarbetet. Här går sinnesintryck, tolkningen, förståelsen och språket samman i en blixtnabb akt. Här menar författaren på att förutsättning är, att alla inslag i förståelsen kan samverka effektivt. Ibland när man till exempel är trött och okoncentrerad, samverkar inte alla inslag effektivt och då kan vi göra fel saker. När tecken är svårtydbara och vi inte omedelbart förstår deras innebörd, behöver vi tolka något *som* något. Författaren uttrycker det som att vi tolkar när vår förståelse inte räcker till, för att vi vill förstå.

Själva tolkningsakten beskriver han som dialektisk, ett "intrasslat förhållande" mellan tolkaren och det som skall tolkas. När han skall beskriva själva tolkningsakten refererar han till Gert Nilsson som menar på att tolkningar och betydelseangivelse alltid är en process mellan den tolkande och det tolkade. Han utgår från att tolkningsakten har två inriktningar:

- (i) *från nuet mot det förgångna*: uppfinnandet eller skapandet av det realiserade (det gamla), med syfte att *förstå* (här dominerar den friläggande akten)
- (ii) *från nuet mot framtiden*: uppfinnandet eller skapandet av det möjliga (det nya) med syftet att *förtrycka* eller *frigöra* (här dominerar den tilldelande aspekten). (Ödman, 2007, s. 59)

Vi utför ständigt elementära tolkningar av vardagsverkligheten, dessa tolkningar representerar en osammansatt tolkningskategori, vilket grundar sig på att de utgör företeelser som vi har en god utvecklad förförståelse om. När vi däremot läser en artikel eller lyssnar till en berättelse behöver vi anstränga oss mer, eftersom tolkningsobjektet befinner sig på en högre abstraktionsnivå än de som gäller för den elementära tolkningen. Ödman beskriver vidare att när en forskare, fungerar som en observatör, lyssnar på en intervju eller studerar en text är hans samspel med undersökningsobjekten dialektiskt. Själva förutsättningen för att förståelse ska uppnås är att forskaren medverkar som tolkande, betydelsegivande subjekt. Sammanfattningsvis så skriver han: att tolka är att ange betydelser (Ödman, 2007, s. 71). Han fortsätter med att beskriva tolkningen som en subjektiv akt, som alltid görs från en viss aspekt och förtydligar hur viktigt det är att vara medveten om att det som tolkas kan ses från olika aspekter. Detta aspektmedvetande är en förutsättning för att få ett mer fördomsfritt tolkande. Som viktiga aspekter på tolkandet lyfter författaren fram tidsdimensionen, abstraktionsnivån och fokuseringen. Vidare anger han att tolkningsakten kan karaktäriseras i tre huvud dimensioner.

Den kan pendla mellan förflutet och framtid och mellan olika analys- eller abstraktionsnivåer. Den kan vidare fokusera den yttre verklighet ett spår hänvisar till, eller den existentiella värld spåret ger uttryck för. I samspillet mellan dessa dimensioner och växlingen inom dem ligger förmodligen nyckeln till det goda tolkandets gåta. (Ödman, 2007, s. 72)

Det hermeneutiska tolknings- och förståelsearbetet, analysen, kan liknas vid ett pusselläggande. Här försöker man bilda sig en uppfattning om små helheter som tillsammans ska bilda en större. Ödman beskriver att man går från del till helhet och vice versa. Kontexten, sammanhanget är oftast helt avgörande för tolkningen och förståelsen. Han ser hermeneutiken som en *kontextuell filosofi*. Utan föreställning om helheten skulle man bara ha delarna att gå efter och pusslet skulle ej kunna bli färdiglagt. Delarna å andra sidan är nödvändiga för att kunna skapa sig en bild om helheten. Således råder det ett ömsesidigt beroendeförhållande mellan del och helhet. Detta pendlande mellan del och helhet, som kännetecknar förståelsen är också innebörden i begreppet "*den hermeneutiska cirkeln*". Ödman beskriver två sidor hos begreppet som betonas särskilt starkt och dessa sidor är; kunskapsbildningen som dialektisk rörelse mellan del och helhet samt förförståelsens oundgänglighet i förståelseprocessen. Han beskriver hur förståelsen utvecklas i ett historiskt sammanhang och att den själv är temporal, den befinner sig framför sig själv, samtidigt som den bygger på det historiska. Förförståelsen hänger ihop med vår intentionalitet. Ödman definierar intentionalitet som "den struktur som ger mening åt upplevelsen". Vidare beskriver han hur det mellan förförståelse, förståelse och intentionalitet råder ett dialektiskt samspel.

Genom tolkandet och den vidgade förståelse detta ger får vi nya objekt för våra strävanden och upplevelser. Vi skapar ny mening, vilket kanske åstadkommer att vi ändrar riktning i våra strävanden. Vi utvecklar därmed en ny förförståelse att utgå ifrån. Och den sida av vår intentionalitet, som strävar efter klarhet och struktur, fodrar ständigt att vi omtolkar vår verklighet och lär oss förstå den på ett nytt sätt. På detta sätt förändras oavslutligt den hermeneutiska cirkel inom vilken vi tolkar och organiserar vår värld. (Ödman, 2007, s. 103)

Med utgångspunkt i ovanstående att vår förförståelse förändras när vi tolkar och förstår något nytt ansåg Radnitzky att hermeneutisk spiral ett mer lämpligt uttryck för förståelse- och tolkningsprocessen. Denna spiral är oändlig så tolknings- och förståelseprocessen saknar

början och slut. Vår förståelse för det vi studerar kan betraktas som en ögonblicksbild i våra liv, då den tolkning vi betraktar som slutgiltig kommer att omformuleras många gånger.

När man arbetar med själva tolkningsprocessen anger Ödman att det finns några olika typer av arbetsuppgifter att beakta. Det ena är att bygga upp ett tolkningssystem där de olika delarna hänger ihop på ett logiskt sätt, att de har ett inre sammanhang med varandra. För det andra skall tolkningssystemet och de ingående tolkningarna utgöra ett rimligt sammanhang med tolkningsobjektet, vilket enligt Ödman är hermeneutikens validitetsfråga. Han beskriver det som:

En valid tolkning är således som jag ser det en tolkning, vars innebörd är giltig för den företeelse som studeras eller skänker mening åt företeelsen. (Ödman, 2007, s. 108)

Den tredje arbetsuppgiften handlar om hur vi förmedlar det vi kommer fram till. Här är det viktigt att ge läsaren underlag för att denne skall kunna förstå våra tolkningar. De två första arbetsuppgifterna svarar mot del/helhetskriteriet, där det första kontrollmomentet avser tolkningarnas inre sammanhang med varandra. Det andra kontrollmomentet avser hur vår bedömning av tolkningarna knyter an till materialet på ett rimligt sätt.

Ödman beskriver några olika aspekter på problemet med att förmedla tolkning och förståelse. Den språkliga aspekten, som i första hand gäller tydligheten och enkelheten i språkbruket. Den tänkta mottagaren bör kunna förstå vad vi ger uttryck för. Som en annan aspekt anges förförståelsen, och vilken betydelse vi anger den när vi presenterar resultatet av tolkningen. Ytterligare en aspekt är läsarens möjligheter till kontroll av tolkningar och slutsatser i arbetet. Avslutningsvis redogör författaren (Ödman, 2007) för arbetsprinciper när man arbetar med tolkningsarbetet. Varje människas förståelse är unik i så måtto att den sammanhänger med vår bakgrund och våra erfarenheter, vår så kallade förförståelse. Vilket är ett faktum som hermeneutiskt arbete till stora delar bygger på. Trots detta finns det några gemensamma arbetsprinciper, vilka utgår i tolkningsprocessens olika faser. Dessa aspekter är, vårt *förhållningssätt*, hur vi *genomför våra tolkningsakter*, *tillvägagångssättet vid val av tolkning* samt hur vi *förmedlar vår förförståelse*. Beträffande förhållningssättet nämner han två grundprinciper och det är ”*det öppna frågandets princip*” och hur vi förhåller oss till *vår förförståelse*. Med ”*det öppna frågandets princip*” menas att tolkaren bör förhålla sig till det som tolkas som om man ställt en fråga man inte vet svaret på.

Maria Nyström professor vid vårdhögskolan i Borås har publicerat en webbsida som kort beskriver hermeneutiken samt gett förslag på principer för empirisk-hermeneutisk forskning. Där skrivs det bland annat att ett krav vid hermeneutiska studier är att väsentliga delar av forskningsprocessen redovisas. Uppfylls detta kravet blir en kritisk läsning möjlig. Det viktigt att forskaren är tydlig med vilka förklaringar som använts, och vilka prövningar av tolkningarnas bärkraft som har genomförts för att på så sätt ge läsaren en möjlighet att uppfatta om forskaren övertolkat materialet. Vidare beskriver författaren att det är viktigt att anta ett hermeneutiskt förhållningssätt. Med det avses ett förhållningssätt som bygger på ambitionen att se mer än det mest konkreta och uppenbara, dessutom reflekterar över hur man kan skapa ett kritiskt förhållningssätt till sig själv och sin egen förförståelse (Nyström, 2007).

De förslag på principer som Nyström föreslår är:

1. Formulera forskningsproblemet.
2. Problematisera förförståelsens inverkan på forskningsprocessen.
3. Datainsamlingen.
4. Den inledande läsningen – att bli bekant med sitt material.

5. Analys och tolkning – att jämföra och förklara.
6. Prövning av tolkningarnas bärkraft.
7. Ett högre varv iden hermeneutiska cirkeln – en huvudtolkning. (Nyström, 2007)

## 5. Metod och genomförande

### Metodisk ansats

För att kunna svara på undersökningens fråga om elever i år tre har rimliga förutsättningar att nå målen i aritmetik, behöver undersökningen design byggas på kompletterande metoder. Dessa metoder var kartläggning av elevers kunskaper inom aritmetik samt intervjuer med elevernas rektorer. Med rimliga förutsättningar avses här de kunskaper och strategier eleverna har uppnått inom aritmetiken samt de ramar som styr och påverkar undervisningen.

Kartläggningen genomfördes med hjälp av Skolverkets nyframtagna diagnosbank, Diamant, (se litteraturgenomgång). Varje elev fick genomföra tre diagnoser inom grundläggande aritmetik som svarar mot målen för år 3 i det aktuella området. Resultaten sammanställdes och analyserades sedan på skolnivå. Analysen av elevernas ämneskunskaper utgår från en didaktisk ämnesteorier för matematik medan hermeneutik ligger till grund för tolkning av såväl resultat som intervjuer.

Som intervjumetod användes så kallad halvstrukturerad intervju (Kvale, 1997) och (Stukát, 2005). I denna form av intervju utgår man från en intervjuguide, men med möjlighet att ställa följdfrågor för att kunna nå djupare. Denna form är lämplig när intervjuaren är medveten om vilket ämnesområde som skall täckas in (Stukát, 2005). Kvale uttrycker det på följande sätt; ”Forskningsintervjun är en mellanmänsklig situation, ett samtal mellan två parter om ett tema av ömsesidigt intresse” (Kvale, 1997, s. 117). Syftet med den kvalitativa forskningsintervjun är att inhämta kvalitativa beskrivningar av respondentens livsvärld i avsikt att tolka deras mening (Kvale, 1997). Den intervjuguide (bilga 1) som undersökningens intervjuer utgick från byggde på resultatet från kartläggningen samt andra frågor som berör ramar och organisation som kan tänkas påverka matematikundervisningen.

### Urval

Undersökningen är genomförd i en kommun del i en västsvensk medelstor stad. Kommunens skolverksamhet är uppbyggd av sex F-6 skolor belägna i små ytterområden, två F-3 skolor och en 4-9 skola i centralorten. Samtliga kommunens elever strålar samman i år 7, för att där bilda helt nya klasser. Urvalsgruppen för kartläggningen bestod av samtliga elever i år 3 (144 st) i den aktuella kommunen samt elevernas rektorer (4 st). Eleverna är fördelade på 8 olika skolor inom kommunen och varje rektor ansvarar för två olika skolor. Syftet med att kartlägga samtliga elever är att få en överblick på det aktuella kunskapsläget i kommunen och beroende på resultatet ge möjlighet att starta utvecklingsarbete efter behov.

### Genomförande

Innan undersökningen startades kontaktades verksamhetschefen för skola och barnomsorg i den aktuella kommunen för ett godkännande. Därefter kontaktades berörda rektorer och

lärare för information om undersökningen samt för tidsbokning av kartläggningen. Någon skola efterfrågade informationsbrev till föräldrarna angående den aktuella undersökningen, vilket då skrevs och skickades ut, (bilaga 2). Kartläggningen genomfördes i 11 grupper på 8 olika skolor. För att de enskilda eleverna skulle förbli anonyma i kartläggningen fick varje elev motsvara en siffra som berörd klasslärare endast känner till. Undersökningen bygger på att ta reda på hur skolans och kommundelens resultat ser ut och inte hur det ser ut för den enskilde eleven, däremot kan detta vara av intresse för den undervisande läraren.

Kartläggningen bestod av tre olika diagnoser (bilaga 3,4,5) inom den grundläggande aritmetiken hämtade från diagnosmaterialet Diamant, (se litteraturgenomgång). Dessa diagnoser skall genomföras på begränsad tid för att på så sätt försöka säkerställa att eleverna har automatiserat nödvändiga kunskaper inom området, kan generalisera och använda sig av lämpliga strategier. Den mätbara tiden var satt till tre minuter per diagnos. För att skapa så lika villkor som möjligt för kommundelens alla elever och för undersökningens reliabilitet stod jag själv för genomförandet av diagnoserna. Innan den mätbara undersökningen startade genomfördes en pilotstudie i två skolklasser år 4 för att på så sätt få syn på eventuella svaga punkter i själva genomförandet, samt för min egen del öva in ett bra flyt i själva genomförandet. För att ge eleverna gott om tid för varje diagnos delades två olika pennor ut, en blyerts och en färgpenna. Alla elever startade med blyertspennan och när tre minuter gått uppmanades de som fortfarande räknade att byta till färgpennan. Här upptäckte jag vid pilotstudien att det var viktigt att ha färgpennor som avvek från blyertsfärgen samt att hålla noga koll på tiden. Alla tre diagnoserna genomfördes direkt efter varandra och varje diagnos pågick i 6-7 minuter varav resultatet beräknades på prestationen under de tre första minuterna. När samtliga diagnoser var genomförda rättades och sammanställdes resultaten gruppvis. Resultaten analyserades sedan med hjälp av till Diamants tillhörande analysverktyg dock något skraddarsytt just för den här undersökningens ändamål. Analysverktyget skapat av Löwing & Kilborn, sammanställer elev- och skolresultat och i detta fall även kommunresultat.

När resultatet av kartläggningen var sammanställt kontaktades respektive rektor för intervju. Trots ett mycket fullt schema dagarna innan jullovet kunde samtliga rektorer ställa upp för intervju. Innan intervjun startade fick den aktuella rektorn först ta del av sina skolors resultat, därefter kommundelens. Efter förfrågan om tillåtelse spelades intervjuerna in på MP3, vilka sedan transkriberades till text. Intervjuguiden hade mejlats ut till samtliga rektorer, men endast en hade kunnat öppna den bifogade filen, i övriga fall var skolornas programvara ej kompatibel. På grund av tidsbrist hanns inte någon provintervju genomföras vilket kan vara en nackdel då man inte får möjlighet att finslipa frågorna. Provintervjun anses vara av vikt både för frågornas utformning och för intervjuarens självkänsla inför intervjun (Kvale, 1997).

## **Validitet**

För att kunna avgöra undersökningens validitet får man begrunda validiteten hos såväl kartläggning som intervjuer. När det gäller validiteten hos Diamant kan man utgå från att den är hög då den bygger på didaktisk ämnesteorier och är vetenskapligt framtagen. Intervjudelen bygger på hermeneutisk metod. Intervjufrågorna har diskuterats med handledaren i avsikt om att utforma dem så att de svarar mot undersökningens fråga.



## Reliabilitet

När det gäller reliabiliteten gäller det även här att belysa hur den är beskaffad hos undersöknings båda delar för att kunna avgöra hur hög den är för undersökningen i sin helhet. För att nå så hög reliabilitet som möjligt vid genomförandet av diagnoserna utförde samma person kartläggningarna i samtliga klasser med samma förutsättningar för eleverna. Reliabiliteten hos diagnosmaterialet är hög då frågorna endast kan leda fram till ett rätt svar vilket gör att resultatet blir det samma oavsett vem som rättar. Eftersom 132 av 144 elever deltog i undersökningen kan dra slutsatsen att man fått fram en bild som blir representativ för kommundelens teorier.

När det gäller reliabiliteten för intervjuerna genomfördes även dessa på ett så likartat sätt som möjligt. Samtliga intervjuer följde en gemensam intervjuguide och spelades in för att sedan transkriberas. Har frågorna uppfattats av respondenterna så som det var tänkt att de skulle uppfattas? En brist i undersökningen är att endast en rektor hade tillgång till frågorna innan intervjutillfället, vilket leder till att intervjun här fick andra förutsättningar.

Beträffande reliabiliteten i analysen måste man vara medveten om att den som analyserar alltid bär med sig sina tidigare erfarenheter och värderingar, vilka fungerar som ett filter för det man ser, hör läser och upplever. Inom hermeneutiken talar man om att man alltid ser från aspekter och att man inte kan ställa sig utanför sig själv när man studerar verkligheten. Hur vi tolkar och förstår betingas alltid av att vi är historiska varelser (Ödman, 2007, s. 15). Naturligtvis har min tidigare erfarenhet från skolans värld verkat som ett slags filter när jag tolkat och analyserat innehållet i såväl intervjuer som kartläggningsresultat, och därmed indirekt påverkat det resultat jag kom fram till. En annan person hade kanske gjort en annan tolkning.

## Undersökningens användbarhet

Då undersökningen är genomförd i en kommun del och iakttagen utifrån dess i dagsläget aktuella förutsättningar, kan man inte göra någon generalisering till andra kommun delar och situationen för eleverna i år 3 där. Däremot kan innehållet vara användbart för kommuner, kommun delar, rektorsområden eller enskilda skolor som vill göra liknande undersökningar i sin egen verksamhet.

## Etik

De forskningsetiska principer som är framtagna av Humanistisk-samhällsvetenskapliga forskningsrådet (Vetenskapsrådet, 1990) anger fyra allmänna huvudkrav på forskning, vilka benämns med; *informationskravet*, *samtyckeskravet*, *konfidentialitetskravet* och *nyttjandekravet*. Samtliga dessa krav anser jag uppfylla i undersökningen.

*Informationskravet*, som innebär att forskaren skall informera de av forskningen berörda om den aktuella forskningsuppgiftens syfte. Verksamhetschef, rektorer och lärare kontaktades och informerades om forskningens syfte och genomförande och därmed anser jag att detta krav uppfyllt.

*Samtyckeskravet*, innebära att deltagarna i undersökningen själva har rätt att bestämma över om de vill delta eller ej. För att uppfylla detta krav informerades ovan nämnda parter om att det var frivilligt för dem och eleverna att medverka, däremot inhämtades inget godkännande

från föräldrar då diagnostisering är ett naturligt inslag i undervisningen och inte kräver något särskilt tillstånd.

*Konfidentialitetskravet*, innebär att uppgifter om alla personer som ingår i undersökningen skall ges största möjliga konfidentialitet och personuppgifter skall förvaras på ett sådant sätt att obehöriga inte kan ta del av dem. Alla deltagande elever är helt anonyma för forskaren, övriga deltagande personer och skolor är avidentifierade. Inspelat material raderades efter transkribering. Även detta krav kan därmed ses som uppfyllt.

*Nyttjandekravet*, innebär att insamlade uppgifter om enskilda personer endast får användas för forskningsändamål. Då resultatet endast kommer att redovisas i en C-uppsats vid Göteborgs Universitet, samt på begäran internt för de i undersökningen deltagande rektorerna är även detta krav uppfyllt. Övrigt nyttjande kan endast ske med de medverkandes tillstånd.

## 6. Resultat

Undersökningen bestod av två delar där den ena var kartläggning av elevers kunskaper och den andra var intervjuer med elevernas rektorer. Dessa delar kommer först att redovisas var för sig och därefter som ett gemensamt sammanfattande resultat.

### Kartläggningen av elevernas kunskaper

För att kartlägga om eleverna har tillräckliga kunskaper om den aritmetik som motsvarar målen i matematik för år 3, genomfördes tre diagnoser.

Diagnoserna som genomfördes var AG1, AG2 och AG3 hämtade från Diamant, (se litteraturgenomgången). Resultatet av diagnoserna redovisas i nedanstående tabeller.

Tabell 1. Resultat av diagnos AG1 i de åtta skolorna.

Skola	1	2	3	4	5	6	7	8	Kd totalt
<b>Diagnos</b>	<b>AG1</b>	<b>AG1</b>	<b>AG1</b>	<b>AG1</b>	<b>AG1</b>	<b>AG1</b>	<b>AG1</b>	<b>AG1</b>	<b>AG1</b>
Antal med 6 rätt på alla 6 uppg.	4	7	2	9	1	2	8	16	49
Antal med 6 rätt på 4-5 av de 6 uppg.	6	7	6	6	14	4	5	18	66
Antal med 6 rätt på 3 eller färre av de 6 uppg.	0	0	1	0	5	1	5	5	17
Antal elever som genomfört diagnosen	10	14	9	15	20	7	18	39	132
Andel med 6 rätt på alla 6 uppg.	40 %	50 %	22 %	60 %	5 %	29 %	44 %	41 %	37 %
Andel med 6 rätt på 4-5 av de 6 uppg.	60 %	50 %	67 %	40 %	70 %	57 %	28 %	46 %	50 %
Andel med 6 rätt på 3 eller färre av de 6 uppg.	0 %	0 %	11 %	0 %	25 %	14 %	28 %	13 %	13 %

Tabell 2. Resultat av diagnos AG2 i de åtta skolorna.

Skola	1	2	3	4	5	6	7	8	Kd totalt
<b>Diagnos</b>	<b>AG2</b>	<b>AG2</b>	<b>AG2</b>	<b>AG2</b>	<b>AG2</b>	<b>AG2</b>	<b>AG2</b>	<b>AG2</b>	<b>AG2</b>
Antal med 6 rätt på alla 8 uppg.	1	0	0	1	0	0	2	0	4
Antal med 6 rätt på 6-7 av de 8 uppg.	2	4	1	4	1	1	6	13	32
Antal med 6 rätt på 5 eller färre av de 8 uppg.	7	10	8	10	19	6	10	26	96
Antal elever som genomfört diagnosen	10	14	9	15	20	7	18	39	132
Andel med 6 rätt på alla 8 uppg.	10 %	0 %	0 %	7 %	0 %	0 %	11 %	0 %	3 %
Andel med 6 rätt på 6-7 av de 8 uppg.	20 %	29 %	11 %	27 %	5 %	14 %	33 %	33 %	24 %
Andel med 6 rätt på 5 eller färre av de 8 uppg.	70 %	71 %	89 %	67 %	95 %	86 %	56 %	67 %	73 %

Tabell 3. Resultat av diagnos AG3 i de åtta skolorna.

Skola	1	2	3	4	5	6	7	8	Kd totalt
<b>Diagnos</b>	<b>AG3</b>	<b>AG3</b>	<b>AG3</b>	<b>AG3</b>	<b>AG3</b>	<b>AG3</b>	<b>AG3</b>	<b>AG3</b>	<b>AG3</b>
Antal med 6 rätt på alla 8 uppg.	1	0	0	0	1	0	1	3	6
Antal med 6 rätt på 6-7 av de 8 uppg.	2	0	1	4	1	2	3	9	22
Antal med 6 rätt på 5 eller färre av de 8 uppg.	7	14	8	11	18	5	14	27	104
Antal elever som genomfört diagnosen	10	14	9	15	20	7	18	39	132
Andel med 6 rätt på alla 8 uppg.	10 %	0 %	0 %	0 %	5 %	0 %	6 %	8 %	5 %
Andel med 6 rätt på 6-7 av de 8 uppg.	20 %	0 %	11 %	27 %	5 %	29 %	17 %	23 %	17 %
Andel med 6 rätt på 5 eller färre av de 8 uppg.	70 %	100%	89 %	73 %	90 %	71 %	78 %	69 %	79 %

Resultatet visar att eleverna saknar tillräckliga kunskaper i den grundläggande aritmetiken när det gäller såväl addition som subtraktion. Då det innehåll man diagnostiserar i AG1 är förkunskaper till både AG2 och AG3 tyder resultatet på att eleverna inte behärskat AG1 innan de gått vidare till ett större talområde. I AG1 har eleverna möjlighet att visa att de med flyt behärskar de mest grundläggande räkneoperationerna i huvudet, vilket är en nödvändig förkunskap för att de skall kunna generalisera sin taluppfattning till större talområde. Här provas också om eleven förstått likhetstecknets innebörd samt förmågan att dela upp tal i termer. Brister i detta område kan tyda på att eleven inte abstraherat detta område utan behöver konkretisera räkneoperationerna genom att exempelvis räkna på fingrarna.

Diagnos AG2 ger eleverna möjlighet att visa att de, i huvudet och med flyt behärskar räkneoperationer utan tiotalsoverfång inom talområdet 10-19. Den bygger på generaliseringar av uppgifter i AG1 och förståelse av tiotalen i positionssystemet. Brister här kan bero på att eleven inte har abstraherat de uppgiftstyper AG1 bygger på utan troligtvis löser uppgifterna med hjälp av primitiva räknemetoder såsom att räkna på fingrarna. Andra orsaker kan finnas i elevens förståelse av tiotalen och positionssystemet.

I den tredje diagnosen AG3 får eleverna möjlighet att visa att deras taluppfattning är sådan att de med flyt och i huvudet, behärskar additioner och subtraktioner med tiotalsovergång inom talområdet 10-19. Brister här kan bero på att de ännu inte abstraherat den här typen av uppgifter, och att de använder en mindre lämplig strategi när de löser dem.

Då resultatet av undersökningen visar att en stor andel av kommundelens elever i årskurs 3 uppvisar brister i samtliga genomförda diagnoser tyder detta på att de ännu ej behärskar de förkunskaper som diagnostiserats i AG1.

## **Analys av intervjuerna**

Bearbetningen av intervjuerna bygger på hermeneutisk metod. Det innebär att tolkaren alltid bär med sig en förförståelse av det man tolkar. Denna förförståelse verkar som ett filter för det tolkaren ser och uppfattar. En viktig aspekt i tolkningsarbetet enligt Ödman, (2007) är att utgå från det ”öppna frågandets princip”, vilket innebär att man bör förhålla sig till det man tolkar som en fråga man inte vet svaret på. Den förförståelse jag som tolkare bär med mig i denna undersökning kan bland annat härledas från min erfarenhet som matematiklärare i år 7-9 i den aktuella kommundelen, den litteratur jag läst inom området, föreläsningar jag tagit del av och alla de människor jag mött. Det är just denna förförståelse som verkar som ett filter för det jag ser, upplever och tolkar.

Processen med analysen av de transkriberade intervjuerna startade med ett antal genomläsningar, därefter söktes efter eventuella likheter och skillnader.

## **Intervjuernas innehåll**

När rektorerna fick svara på om de ansåg resultatet acceptabelt och vad det trodde resultatet beror på, var de eniga om att det resultat diagnoser visade inte var acceptabelt. Någon uttryckte: ... ”det är ganska nedslående.” Samtliga rektorer var medvetna om att det finns ett antal elever som har svårigheter i matematikämnet, och de gav uttryck för att, ” lärarna signalerat om att de upplever att de har många barn som är svaga”. Man var däremot inte medveten om att så stor andel inte klarar sig bättre.

Resultaten var lite förvånande för några av rektorerna då de tycker att lärarna pratar om vikten av automatisering. Dessutom upplever de att lärarna funderar mycket på hur de ska stimulera barnen på bästa sätt och de arbetar med många olika metoder.

Låg lärartäthet och knappa resurser ser rektorerna som en möjlig faktor till att resultaten ser ut som de gör. De knappa resurserna gör det svårt att organisera klasserna på bästa sätt och det kan bli problem att organisera stödet på ett bra sätt. Trots att man ser över organisationen för att utnyttja personalen på bästa sätt kan det vara svårt att hitta tid som behövs, speciellt för de

elever som behöver stödinsatser om 15-20 min/dag.”/.../ resurser betyder ju alltid en hel del, och hur man har möjlighet att organisera skolan.”

På frågor som berör lärarnas utbildning, kompetens i ämnet samt medvetenhet kring vikten av automatisering, finns en del gemensamma upplevelser bland rektorerna. De upplever att det finns en medvetenhet om vikten av automatisering, men är inte säkra på att tidsaspekten varit inbegripen. De nämner att det funnits en del andra oklarheter i ämnet och vad som skall gälla. På frågan om man har den här typen av diskussioner med lärarna uttrycker en rektor; ”Nej, det kan vi inte säga att vi har så väldigt ofta.” En rektor uttrycker att han upplever att man skjuter på många saker i undervisningen, att målen är många i läroplanen förutom kursplanerna. ”Jag tror att lärarna, de har så mycket som de skall försöka täcka in då, som vi har som målsättning i vår läroplan.”

När det gäller lärarnas grundutbildning ser det olika ut på de olika skolorna. Här finns både gamla sortens lågstadielärare och lite nyare 1-7 lärare. Inriktningen bland 1-7 lärarna ser olika ut här finns både sv/so och ma/no, och min tolkning är att lärare som delar klass själva styr över vilka ämnen de undervisar i. På ett par skolor har personalomsättningen bland lärare som undervisat i år 3 varit hög, vilket gjort att behörigheten hos de undervisande lärarna varierat.

Någon direkt riktad kompetensutveckling för matematiklärare upplever de inte har skett de senaste åren. Intresset kring läraryftet har varit ganska svalt. Tidigare fanns en mattepilotgrupp i kommundelen med representanter från varje skola, den har legat nere några år för att i stället arbeta med ett kommunövergripande projekt, *Kunskap och Bedömning*. De senaste kompetensutvecklingsdagarna har mest handlat om skriftliga omdömen och bedömning av måluppfyllelse samt hur man skall jobba för att nå dit. Centralt i kommunen finns en matematikutvecklingsgrupp där några av kommundelens lärare medverkar. Det rektorerna lyfter upp som något positivt är en kommunövergripande matematiksatsning, matematikplattformen, som riktar sig mot förskolan och förskoleklass. ...”på sikt så är det en riktig satsning.” ”Man ser och hör att barnen har på sig de matematikglasögonen, så det kommer få effekt.” De nämner att det finns indikationer på att denna satsning skall fortsätta högre upp i åldrarna.

Vid intervju tillfället är det ett tiotal av kommundelens år 3 elever som har åtgärdsprogram i matematik. När det gäller ÅP anser rektorerna att det har skett en förskjutning av åtgärder från individnivå mot grupp- och organisationsnivå. En rektor uttryckte att alla föräldrar inte har förmåga att hjälpa sina barn med matematik hemma.

Hur stödet organiseras ser olika ut på skolorna beroende på organisationen. Några skolor har resurslärare som ger stöd, och någon skola får utnyttja elevassistenter. Rektorerna ser det som ett bekymmer att inte alltid kunna erbjuda utbildade lärare till de elever som behöver stöd. ”Det är ett bekymmer totalt sett, att vi inte har pedagoger till de här eleverna som behöver särskilt stöd och hjälp. Det skulle ju vara de bästa lärarna, som de egentligen skulle ha.” Ett par rektorer ansåg att de kontinuerligt ser över organisationen för att frigöra tid till elever som behöver extra stöd. ”Vi på vår lilla skola vet om våra elever och våra lärare och alla våra möjligheter, så vi sätter oss ner och tittar på det i sin helhet.” Det förekommer också varianter där fritidspersonal går in och tar hand om klassen för att den ordinarie läraren skall kunna hjälpa enskilda individer lite extra.

Rektorerna upplever det bekymmersamt att kunna ge alla elever de stöd de behöver när personaltätheten är så låg. Mycket stöd ges egentligen till sådant som inte är specifika

ämnessvårigheter. ”Vi anstränger oss till det yttersta för att eleverna ska få med sig de basala kunskaperna så de når målen i respektive ämne.”

Vilket stöd eleverna får ser olika ut beroende på vilken skola de går. Samtliga rektorer menade dock på att man inte hade någon personal med spetskompetens i ämnet som går in och stödjer dessa elever.

De ramar som rektorerna anser styr undervisningen är de nationella styrdokument: skollag, läroplan och kursplaner, därutöver finns stadens skolplan och den lokala arbetsplanen. Andra ramar som styr är elevunderlag, de resurser man har och lärartätheten. Elevkullarnas storlek avgör hur man kan organisera grupper och klasser. De resurser skolan får begränsar deras möjligheter. ”Man är bakbunden i väldigt stor utsträckning här.” ”För att vi skall få det här att gå ihop och för att de skall få den undervisning de skall ha, så kommer elevassistenterna bli inblandade ännu mer i undervisningen.” Det faktum att budgetår och läsår inte hänger ihop försvårar arbetet med organisationen, i synnerhet om nästkommande år medför minskat elevunderlag.

De lärare som är anställda och vilken kompetens de har lyfts också fram som en avgörande ram, och de menar samtidigt på att det kan vara svårt för en liten skola att ha den breda kompetens som krävs. ...”ytterst handlar det om den kompetens lärarna har som undervisar barnen.” Rektorerna uttrycker också att det är mycket annat som eleverna skall lära sig i skolan och där tid kanske tas från undervisningen. ”Det är så mycket annat vi håller på med, så det är väl en jättestor diskussion egentligen, gör vi rätt saker.”

När de får frågan om vilka andra faktorer de tror påverkar elevernas resultat i skolan anser de samtliga att stödet hemifrån är det mest avgörande. Andra faktorer lyfts också upp såsom trivsel bland personal och elever, d v s klimatet på skolan. Likaså det sociala samspelet mellan eleverna, vilket blir en avgörande faktor för en del barn. Rektorerna upplever att man måste jobba mer med den biten i skolan idag. Fler barn upplevs splittrade och har svårt att koncentrera sig och fokusera när det behövs. Det individanpassade arbetssättet lyfts upp som en viktig faktor. ”Vad klarar en pedagog? Hur många individer kan de jobba med individinriktat?”

Då rektorerna skulle ange vilka svårigheter de ser när det gäller att få alla elever att nå målen i matematik i år 3 nämns återigen att skolan är för splittrad som en anledning. Det behöver fokuseras mer på ämnet. Lärartätheten, elevunderlaget och hur man lyckas organisera skolan utifrån de resurser man har ses som en annan avgörande faktor. Någon rektor tycker sig uppleva ett minskat intresse bland eleverna för matematik, vilket gör det svårare att få barnen motiverade till att lära sig. En svårighet är att stimulera och individanpassa för alla elever i klassrummet då det kan finnas ett så stort spann mellan de elever som kan mycket matematik och de som kan lite. Matematisk medvetenhet hos lärarna är naturligtvis också viktigt, men med de resurser skolan tilldelas är det svårt få alla nå målen i år 3. ”Det är ju inte enbart resurserna naturligtvis. Det är många faktorer som samverkar, men jag menar att med de resurserna så går det ändå inte nå så långt att man får alla igenom”.

Den slutliga frågan i intervjun handlade om rektorerna anser att eleverna i år 3 har rimliga förutsättningar att nå år 3 mål i matematik. Med tanke på det resultat kartläggningen visar anser de inte att eleverna har rimliga förutsättningar utifrån de resurser de aktuella skolorna har.

## Sammanfattande resultat

När resultat av kartläggningen och intervjuerna är redovisade kan jag konstatera att jag instämmer med de flesta av rektorerna. Eleverna i år 3 verkar inte ha rimliga förutsättningar att nå målen för den aritmetik som målen i matematik för år 3 innehåller, utifrån de ramar som påverkar undervisningen.

## 7. Diskussion

### Resultatdiskussion

Resultatet av kartläggningen visar att en stor andel av eleverna ännu inte behärskar de basala grunderna inom aritmetik som diagnoserna mäter. Förmågan att kunna abstrahera och utföra räkneoperationer med flyt anses som grundläggande inom matematiken och lyfts fram av såväl svenska som internationella forskare (Löwing, 2008), (Skolverket, 2009). Denna grund är av stor betydelse för elevens fortsatta lärande i matematik (Ahlberg, 2001), (Löwing, 2008), (Skolverket, 2009).

Min uppfattning är att de lärare som arbetar i skolan anstränger sig till yttersta för att göra ett bra jobb så vad kan då anledningen till detta låga resultat vara?

Vid intervju framkom det att rektorerna upplever lärare med matematik i sin utbildning som medvetna och att det pratas mycket om vikten av automatisering. Likaså upplevde de att lärarna arbetade med många olika metoder för att stimulera eleverna på bästa sätt. Finns det en risk att metoder blivit mer avgörande för planeringen av undervisningen än innehållet? Löwing & Kilborn, (2002) menar på att pedagogiska undervisningsidéer har fått en mer framträdande roll än ämnesinnehållet. Vad omfattar den medvetenhet som rektorerna talar om och hur kommer den eleverna tillgodo?

... stor del av matematiken (även skolmatematiken) är kumulativt uppbyggd och därför kräver speciella förkunskaper. (Löwing & Kilborn 2002, s. 36)

Eftersom matematiken är beskaffad på ovan nämnda vis är det viktigt att läraren har goda kunskaper i ämnet och en didaktisk medvetenhet, vilket betonas av såväl Kilborn (1995), Löwing (2006), Ahlberg (2001) som Skolverket (2009). Denna didaktiska medvetenhet kan man finna i den didaktiska ämnesteorin i matematik (Löwing, 2006), vilken beskrivs i litteraturgenomgången. Det är också utifrån den teorin som diagnosmaterialet Diamant är uppbyggt. Har lärarna insikt och kunskap om den didaktiska ämnesteorin för matematik? Undersökningens resultatet antyder att det inte är så. Har rektorerna som pedagogiska ledare insikt om vikten av att lärarna besitter denna kunskap för att eleverna skall nå goda resultat i sitt lärande sett även ur ett längre perspektiv? Vilka pedagogiska diskussioner förs ute på skolorna mellan rektorer och lärare? I intervjun gavs det uttryck för att det inte sker så ofta. ”Nej det kan vi inte säga att vi har så väldigt ofta.” Likaså upplever rektorerna att det är mycket annat som skall diskuteras och hinnas med.

Skolan har många uppdrag men det som måste beaktas är att skolan är mål- och resultatstyrd. Det innebär att arbetet måste vara inställt mot måloppfyllelse. Strävansmålen anger riktningen med undervisningen och uppnåendemålen anger lägsta nivån, dit alla skall ha nått. När uppdragen upplevs som många är det viktigt att prioritera rätt saker. Någon rektor efterlyste en sådan diskussion och resultatet av den här undersökningen visar att den är nödvändig.

En brist i den här undersökningen är att den inte har studerat hur undervisningen i matematik bedrivs i de undersökta grupperna, utan den har endast fokuserat på elevernas kunskaper inom aritmetik och rektorernas syn på vilka ramar som styr undervisningen. Den biten överlämnas till varje enskild rektor att undersöka. Ett av syftena med matematikundervisning är att eleverna skall lära sig att abstrahera. Läraren skall utveckla elevens förmåga att kunna gå från det konkreta till det abstrakta. Hur bedrivs undervisningen, pratar man mycket matematik med den undervisande gruppen? Löwing (2008) beskriver att matematiken består av ett antal begrepp som kan utvecklas och förfinas. Det är dessa begrepp man är överens om skall gälla och som man vill att elevena skall uppfatta. Undervisningen i matematik går ut på att eleverna skall bygga upp en uppfattning som så nära som möjligt speglar begreppen. Enligt Säljö (2000) är det viktigt med ett ständigt pågående samtal mellan den kompetente och nybörjaren, då den lärande lånar kompetens av den mer erfarna under läroprocessen. Det är enligt Löwing (2006) själva innehållet i undervisningsprocessen som är den viktigaste faktorn för att uppnå målen med matematikundervisningen. Fokus måste ligga på rätt innehåll.

I målstyrd verksamhet är det viktigt att man kontinuerligt utvärderar och kontrollerar var eleverna befinner sig i sin kunskapsutveckling. Utifrån resultatet väcks funderingar kring hur ofta man utvärderar denna kunskapsutveckling och hur det genomförs. Resultatet tyder på att skolorna hittills saknat bra redskap för en sådan formativ utvärdering. Enligt styrdokumentet skall skolan fortlöpande informera hemmet om elevens kunskapsutveckling. En undran som väcks är på vilka grunder man redovisar och bedömer elevernas kunskapsutveckling i matematik.

Rektorerna upplever att andelen elever i behov av stöd ökar och man har svårt att tillgodose det behov som finns med de resurser man har. ...”lärarna signalerat om att de upplever att de har många barn som är svaga.” Kan det ökade behovet av stöd vara en följd av att eleverna inte har en tillräckligt god grund i ämnet att bygga vidare på? Resultatet visar att eleverna inte har befast de grunder som aritmetiken bygger vidare på. Ett resultat som motsvarar de problem Bentley beskriver år 4 eleverna har i matematik, enligt TIMMS 2007 (Skolverket, 2008). Vad kommer att hända längre fram i deras matematikutveckling när primitiva räknemetoder och mindre lämpliga strategier inte längre räcker till? Risken är att de tappar tilltron till den egna förmågan och lust att lära i ämnet. Adler (1996) beskriver att det är bland dessa vi kan finna såväl de tysta och ointresserade som de utåtagerande eleverna i klassrummet. Min erfarenhet säger mig att detta är elever som ofta hamnar i behov av särskilt stöd under senare skolår. Förhoppningsvis kan en medveten satsning på matematikundervisningen under de första skolåren leda till ett minskat behov av stödinsatser längre fram. En medveten satsning som bland annat innebär att man säkerställer att lärarna behärskar den didaktiska ämnesteorin för de matematikområden de undervisar i. Det är viktigt att följa upp och ta vara på den satsning i matematik som riktas mot förskola och förskoleklass i kommundelen på ett medvetet sätt.

De ramar som rektorerna anser påverkar undervisningen är de nationella styrdokumentet, stadens skolplan, lokala arbetsplaner, elevunderlag, de resurser man har, lärartätheten och den kompetens lärarna besitter. Ingen nämnde lokalernas utformning men det kan bero på att flera av skolorna är relativt nyrenoverade och att man inte är särskilt trångbodd på någon skola. Dessa nämnda ramarna stämmer väl överens med de som Berg (2003) och Löwing (2004) beskriver.

Vissa av dessa ramar kan delas in i fasta och rörliga. Styrdokument från stat och kommun är fasta, likaså lokala arbetsplaner, lokalernas utformning, skolskjutsar, de anställda lärarna,



anställningslagar. Ramar som är rörliga men som blir fasta när ett nytt läsår startar är elevunderlaget, tilldelade resurser, hur man väljer att organisera klasserna, schema och läromedel. Elevunderlag och resurser påverkar indirekt den fasta ramen anställda lärare, om man kan behålla alla eller om man behöver anställa fler. Ramar som är rörliga är hur undervisningen bedrivs i form av metoder och innehåll. En ram som också kan anses rörlig är lärarnas kompetens som bör anpassas efter skolans behov för en ökad måluppfyllelse.

De små skolorna upplever elevunderlaget och lärartätheten som de faktorer som styr mest, samtidigt anser man att den kompetens lärarna besitter är den mest avgörande faktorn och det kan vara svårt för en liten skola att ha de breda kompetens som krävs. ...”ytterst handlar det om den kompetens som lärarna har som undervisar barnen”. Att lärarnas kompetens är den viktigaste faktorn stämmer väl överens med vad Löwing (2006) beskriver. Eftersom denna faktor är av sådan betydelse för måluppfyllelse i ämnet bör ansvariga för skolan försäkra sig om att de lärare som undervisar i matematik har denna kompetens och att den kommer eleverna tillgodo. Skolan är målstyrd av såväl läroplan som kursplaner. Utgår man från det vid kompetensutveckling?

Lärartätheten i kommundelen anses låg och ligger bland de lägsta i kommunen. När skolorna räknat bort de tjänster man köper in i form av slöjd, hemkunskap, moderna språk och i vissa fall idrott får man på vissa håll svårigheter att täcka in ordinarie undervisning med de tjänster man har. Någon rektor tror att man kommer behöva blanda in elevassistenterna i undervisningen för att få det gå ihop, vilket är ett dilemma då undervisningen bör bedrivas av lärare. Skolans möjligheter begränsas av de resurser de får och av att budgetår och läsår inte hänger ihop. En rektor uttrycker det dilemmat på följande sätt ”Man är bakbunden i väldigt stor utsträckning här.”

Det faktum att rektorerna upplever resurserna knappa och lärartätheten låg gör det extra angeläget att se över om undervisningen kan ske på ett effektivare sätt. Resultatet av kartläggningen visar att eleverna inte har grunderna, vilket sannolikt kommer kräva resurser framöver. Här har en extra satsning goda chanser att bli en lönsam investering.

En brist med den här undersökningen är att man inte tagit hänsyn till elevernas olika förutsättningar, (ex vis elever med motoriska svårigheter) vid genomförandet av diagnoserna, men tanken var endast av få en överskådlig bild av kunskapsläget. Med tanke på utfallet kan ändå dra den slutsatsen att en stor andel inte behärskar grunderna i aritmetiken som motsvarar ovan angivna mål för år tre. Med utgångspunkt i den didaktiska ämnesteorin kan man konstatera att de inte har de grunderna i aritmetik och att detta innebär att man saknar vissa grunder för fortsatt lärande i matematik. En medveten undervisning med utgångspunkt i den didaktiska ämnesteorin är den ram som har den största påverkan för elevernas måluppfyllelse. Denna ram tycks ha brister och därmed kan man dra slutsatsen att eleverna i år tre inte har rimliga förutsättningar att nå målen för den aritmetik som motsvarar målen i matematik för år tre.

Kan man utifrån undersökningen dra slutsatsen att eleverna inte kommer att nå godkänd nivå i de nationella proven för år tre? Min bedömning är att man inte kan dra den slutsatsen. De nationella proven är summativa och omfattar alla målen i matematik för år tre. Troligtvis kommer eleverna ha mer tid på sig och kan därmed använda sig av primitiva metoder och mindre lämpliga strategier för att beräkna uppgifterna, vilket inte kommer att synas på resultatet. Om inte problemen uppmärksammas och åtgärdas finns däremot risken att allt för

många av dem kommer få problem med lärandet i ämnet längre fram och därmed riskera att inte nå målen i matematik för år nio.

Förslag på åtgärder utifrån det resultat undersökningen visar.

- Ett flertal av lärarna behöver kompetensutveckling inom didaktisk ämnesteorier för matematik.
- Det behövs en genomlysande diskussion på skollärdarnivå, med utgångspunkt i styrdokumentet, om vad som skall prioriteras i undervisningen.
- Pedagogiska diskussioner som har fokus i ämnena.
- Analysera och diskutera hur de organisationsformer skolorna har kan påverka måluppfyllelsen.
- Ge lärarna på de mindre skolorna möjlighet till utbyte i frågor som rör ämnesundervisningen med lärare på andra skolor.
- Genomföra en ramfaktoranalys om hur de olika ramarna skolan har påverkar måluppfyllelsen.

## Förslag på vidare forskning

Med tanke på att rektorerna tar upp att det är så mycket annat som skall hinnas med i undervisningen, anser jag att ett intressant forskningsområde är att undersöka hur mycket undervisningstid som används till undervisning i ämnet, och hur mycket som används till annat.

Min uppfattning är att mycket fokus ligger på läroplanens övergripande mål och mindre på kursplanerna och uppnåendemålen. Det skulle därför vara intressant att undersöka vilka mål man ägnar sig åt mest i skolan, läroplanens övergripande mål eller kursplanerna och analysera vilka konsekvenser det får.

## 8. Slutord

Undersökningen visar att allt för många elever inte får med sig goda grunder i matematik för fortsatta studier i ämnet, vilket skapar problem i deras kommande lärande. Min övertygelse är att de lärare som arbetar i skolan anstränger sig till det yttersta för att eleverna skall nå målen. Undersökningen visar också på hur oerhört viktig läraren är för elevens lärande. Det är mycket viktigt att lärarna får en rimlig chans att lyckas med sitt uppdrag. Genom att få ta del av forskning som är viktig för yrkesutövandet och tillgång till nödvändig kompetensutveckling ökar dessa möjligheter. Rimliga förutsättningar innebär också att man som ansvarig för skolan ser över uppdraget och prioriterar rätt saker. Det måste skapas så goda förutsättningar som möjligt för lärarna att göra ett bra jobb så eleverna får en ärlig chans att nå målen.

Visst vill vi att visionen *Lust att lära - möjlighet att lyckas* inte bara skall vara en vision utan också en verklighet för våra elever.

## Referenslista

- Ahlberg, A. (2001). *Lärande och delaktighet*. Lund: Studentlitteratur.
- Bentley, P.-O. (den 15 12 2008). *Skolverket*. Hämtat från <http://www.skolverket.se/sb/d/2544/a/14286>. den 22 02 2009
- Berg, G. (2003). *Att förstå skolan*. Lund: Studentlitteratur.
- Engström, A. (1999:2). *Specialpedagogiska frågeställningar i matematik*. Örebro: Pedagogiska Institutionen Örebro Universitet.
- Evenshaug, O., & Hallen, D. (2001). *Barn- och ungdomspsykologi*. Lund: studentlitteratur.
- Groth, D. (2007). *Uppfattningar om specialpedagogiska insatser- aspekter ur elevers och speciallärares perspektiv*. Luleå: Luleås tekniska universitet Institutionen för utbildningsvetenskap.
- Haeggbloom, L., & Magnusson, C. (2000). *Du duger - Om lärares bemötande för att stärka elevers självförtroende (Pedagogiskt examensarbete 568)*. Göteborg: Göteborgs Universitet, Lärarprogrammet.
- Kilborn, W. (1995). *Didaktisk ämnesteorin i matematik Del 1 Grundläggande aritmetik*. Malmö: Liber-Hermöds.
- Kvale, S. (1997). *Den kvalitativa forskningsintervjun*. Lund: Studentlitteratur.
- Lowenberg Ball, D., Ferrini-Mundy, J., Kilpatrick, J., Milgram, R., Schmid, W., & Schaar, R. (den 11 11 2008). <http://www.maa.org/common-ground/cg-report2005.html>. Hämtat från MAA Online The Mathematical Association of America. den 04 01 2009
- Lundgren, U. P., Andersson, B.-E., Berntsson, G., Dahlgvist, F., Gran, B., Halldén, O., m.fl (1996). *Pedagogisk uppslagsbok - från A till Ö utan pekpinnar*. Stockholm: Informationsförlaget;Läraryrkesförbundet Förlag.
- Löwing, M. (2008). *Grundläggande aritmetik Matematik didaktik för lärare*. Polen: Studentlitteratur.
- Löwing, M. (2004). *Matematikundervisningens konkreta gestaltning. En studie av kommunikationen lärare - elev och matematiklektionens didaktiska ramar*. Göteborg: ACTA UNIVERSITATIS GOTHOBURGENSIS.
- Löwing, M. (2006). *Matematikundervisningens dilemma*. Lund: Studentlitteratur.
- Löwing, M., & Kilborn, W. (2002). *Baskunskaper i matematik*. Ungern: Studentlitteratur.
- Malmer, G., & Adler, B. (1996). *Matematiksvårigheter och dyslexi*. Lund: Studentlitteratur.

Nationalencyklopedin. (den 04 01 2009). <http://www.ne.se/artikel/117701>. Hämtat från Nationalencyklopedin. den 04 01 2009

Nilholm, C. (2003). *Perspektiv på specialpedagogik*. Lund: Studentlitteratur.

Nyström, M. (den 03 02 2007). *Hermeneutik*. Hämtat från <http://infovoice.se/fou/bok/kvalmet/10000012.htm>. den 05 01 2009

Skolverket. (2008). *Kursplaner och betygskriterier 2000 - reviderad version 2008*. Stockholm: Skolverket.

Skolverket. (den 21 02 2009). *Matematik - Skolverket*. Hämtat från <http://www.skolverket.se/sb/d/260/a/14694>. den 21 02 2009

Skolverket. (den 15 12 2008). *Nyhetsbrev*. Hämtat från <http://www.se.skolverket/sb/d/2544/a/14286>. den 22 02 2009

Skolverket. (den 23 02 2009). *Resultat PISA 2006*. Hämtat från <http://www.skolverket.se/sb/d/254/a/8997>. den 23 02 2009

Skolverket. (den 23 02 2009). *TIMMS 2007: En internationell studie av elevers kunskaper i matematik och naturvetenskap*. Hämtat från <http://www.skolverket.se/sb/d/1679>. den 23 02 2009

Stukát, S. (2005). *Att skriva examensarbete inom utbildningsvetenskap*. Lund: Studentlitteratur.

Säljö, R. (2000). *Lärande i praktiken - ett sociokulturellt perspektiv*. Stockholm: Prisma.

Utbildningsdepartementet. (1995). *Regler för målstyrning Grundskolan 1995:2*. Stockholm: Utbildningsdepartementet.

Vetenskapsrådet. (1990). *Forskningsetiska principer*. Vetenskapsrådet.

Ödman, P.-J. (2007). *Tolkning, förståelse, vetande - Hermeneutik i teori och praktik*. Finland: Nordstedts Akademiska Förlag.

# Bilagor

## Bilaga1

### Intervjuguide – Rektorer

1. Tycker du att resultatet är acceptabelt?
2. Vad tror du det beror på att resultatet ser ut som det gör?
3. Tror du lärarna är medvetna om vikten av att ha den grundläggande aritmetiken automatiserad?
4. Vad har lärarna för utbildning som undervisar i matematik i år 3?
5. Vilken kompetensutbildning erbjuds lärarna i matematik?
6. Finns det någon/några elever i år 3 som har ÅP i matematik?
7. Vilka åtgärder är vanligast, på individ-, grupp- eller organisationsnivå?
8. På vilket sätt organiseras stödet på skolan?
9. Har de lärare som ger stöd i matematik behörighet/utbildning i matematik?
10. Vilka ramar styr undervisningen?
11. Det satsas mycket på språklig medvetenhet i kommundelen, finns det några liknande satsningar inom matematik? Om ja i så fall vilka och för vilken ålder?
12. Anser du eleverna får rimliga förutsättningar att nå målen för år 3 i matematik?
13. Vilka svårigheter ser du som rektor att det är, att få alla elever nå målen i matematik i år 3?
14. Vilka övriga faktorer tror du kan tänkas påverka elevresultaten i skolan?

Till vårdnadshavare för elever i år 3 i Dalsjöfors kommun

Hej!

Jag heter Christina Magnusson och har varit anställd som ma/no lärare i kommunen sedan 2001. För tillfället är jag tjänstledig för att studera till speciallärare i matematik vid Göteborgs Universitet. Just nu håller jag på att skriva ett examensarbete som handlar om elevernas kunskaper i aritmetik, (i detta fall addition och subtraktion). Syftet är att se vilka strategier eleverna har tillägnat sig inom räknesätten, hur utvecklad deras taluppfattning är och därmed vilka förutsättningar de har för att klara de nationella proven i matematik som kommer att genomföras under vt i år 3. För att få reda på ovanstående uppgifter kommer eleverna att genomföra en diagnos i matematik som endast kommer att innehålla uppgifter med addition och subtraktion. Diagnostisering använder sig lärare av då och då och är ett naturligt inslag i undervisningen. För mig kommer alla elever att vara anonyma, varje diagnos kommer att vara försedd med en siffra som endast läraren kommer kunna avkoda. Det är av intresse för den undervisande läraren att få tillgång till resultatet för att på så sätt kunna ge varje elev goda förutsättningar att lyckas bra på det nationella provet så småningom. Diagnoserna kommer att genomföras under v48 - 49 i hela kommunen. Har ni några frågor kring ovanstående är ni välkomna att ringa mig.

Vänliga hälsningar

Christina Magnusson

# Diagnos AG1

Namn..... klass .....

1a

$$6 + 1 = \underline{\quad}$$

$$6 + 2 = \underline{\quad}$$

1b

$$9 - 1 = \underline{\quad}$$

$$8 - 2 = \underline{\quad}$$

$$4 + 2 = \underline{\quad}$$

$$8 + 1 = \underline{\quad}$$

$$7 - 2 = \underline{\quad}$$

$$6 - 1 = \underline{\quad}$$

$$1 + 7 = \underline{\quad}$$

$$2 + 7 = \underline{\quad}$$

$$9 - 8 = \underline{\quad}$$

$$8 - 6 = \underline{\quad}$$

2a

$$4 + 4 = \underline{\quad}$$

$$3 + 5 = \underline{\quad}$$

2b

$$9 - 4 = \underline{\quad}$$

$$6 - 3 = \underline{\quad}$$

$$3 + 3 = \underline{\quad}$$

$$5 + 4 = \underline{\quad}$$

$$7 - 4 = \underline{\quad}$$

$$9 - 5 = \underline{\quad}$$

$$4 + 5 = \underline{\quad}$$

$$4 + 3 = \underline{\quad}$$

$$8 - 4 = \underline{\quad}$$

$$7 - 3 = \underline{\quad}$$

3a

$$4 + \underline{\quad} = 9$$

$$2 + \underline{\quad} = 8$$

3b

$$8 = 2 + \underline{\quad}$$

$$9 = 7 + \underline{\quad}$$

$$3 + \underline{\quad} = 7$$

$$5 + \underline{\quad} = 8$$

$$7 = 2 + \underline{\quad}$$

$$9 = 5 + \underline{\quad}$$

$$1 + \underline{\quad} = 7$$

$$3 + \underline{\quad} = 9$$

$$9 = 3 + \underline{\quad}$$

$$7 = 4 + \underline{\quad}$$

**Diagnos AG2**

Namn..... klass .....

1a

$10 + 7 = \underline{\quad}$

$10 + 6 = \underline{\quad}$

1b

$18 - 10 = \underline{\quad}$

$15 - 10 = \underline{\quad}$

$4 + 10 = \underline{\quad}$

$8 + 10 = \underline{\quad}$

$16 - 6 = \underline{\quad}$

$18 - 8 = \underline{\quad}$

$10 + \underline{\quad} = 13$

$2 + \underline{\quad} = 12$

$14 - \underline{\quad} = 10$

$19 - \underline{\quad} = 9$

2a

$17 + 1 = \underline{\quad}$

$15 + 2 = \underline{\quad}$

2b

$19 - 1 = \underline{\quad}$

$18 - 2 = \underline{\quad}$

$12 + 5 = \underline{\quad}$

$11 + 8 = \underline{\quad}$

$17 - 12 = \underline{\quad}$

$16 - 11 = \underline{\quad}$

$1 + 16 = \underline{\quad}$

$2 + 14 = \underline{\quad}$

$19 - 18 = \underline{\quad}$

$18 - 16 = \underline{\quad}$

3a

$14 + 3 = \underline{\quad}$

$13 + 5 = \underline{\quad}$

3b

$19 - 4 = \underline{\quad}$

$16 - 3 = \underline{\quad}$

$3 + 13 = \underline{\quad}$

$5 + 14 = \underline{\quad}$

$17 - 4 = \underline{\quad}$

$19 - 15 = \underline{\quad}$

$14 + 5 = \underline{\quad}$

$4 + 13 = \underline{\quad}$

$18 - 14 = \underline{\quad}$

$17 - 12 = \underline{\quad}$

4a

$14 + \underline{\quad} = 19$

$2 + \underline{\quad} = 18$

4b

$18 = 3 + \underline{\quad}$

$19 = 16 + \underline{\quad}$

$13 + \underline{\quad} = 17$

$5 + \underline{\quad} = 18$

$15 = 2 + \underline{\quad}$

$18 = 13 + \underline{\quad}$

$11 + \underline{\quad} = 17$

$3 + \underline{\quad} = 19$

$19 = 4 + \underline{\quad}$

$17 = 14 + \underline{\quad}$



**Diagnos AG 3**

Namn..... klass .....

1a

$4 + 6 = \underline{\quad}$

$3 + 7 = \underline{\quad}$

$5 + \underline{\quad} = 10$

$2 + \underline{\quad} = 10$

$\underline{\quad} + 9 = 10$

$\underline{\quad} + 6 = 10$

1b

$10 - 6 = \underline{\quad}$

$10 - 3 = \underline{\quad}$

$10 - 1 = \underline{\quad}$

$10 - \underline{\quad} = 8$

$10 - \underline{\quad} = 5$

$10 - \underline{\quad} = 7$

2a

$9 + 2 = \underline{\quad}$

$4 + 9 = \underline{\quad}$

$9 + 6 = \underline{\quad}$

$5 + 9 = \underline{\quad}$

$9 + 8 = \underline{\quad}$

$7 + 9 = \underline{\quad}$

2b

$14 - 9 = \underline{\quad}$

$17 - 8 = \underline{\quad}$

$12 - 9 = \underline{\quad}$

$18 - 9 = \underline{\quad}$

$15 - 6 = \underline{\quad}$

$16 - 9 = \underline{\quad}$

3a

$8 + 7 = \underline{\quad}$

$5 + 8 = \underline{\quad}$

$8 + 4 = \underline{\quad}$

$8 + 8 = \underline{\quad}$

$3 + 8 = \underline{\quad}$

$8 + 6 = \underline{\quad}$

3b

$13 - 8 = \underline{\quad}$

$14 - 6 = \underline{\quad}$

$16 - 8 = \underline{\quad}$

$15 - 8 = \underline{\quad}$

$12 - 8 = \underline{\quad}$

$11 - 3 = \underline{\quad}$

4a

$6 + 6 = \underline{\quad}$

$5 + 6 = \underline{\quad}$

$7 + 5 = \underline{\quad}$

$7 + 7 = \underline{\quad}$

$6 + 5 = \underline{\quad}$

$5 + 7 = \underline{\quad}$

4b

$14 - 7 = \underline{\quad}$

$11 - 5 = \underline{\quad}$

$12 - 7 = \underline{\quad}$

$12 - 6 = \underline{\quad}$

$13 - 6 = \underline{\quad}$

$11 - 6 = \underline{\quad}$

